INSTITUTO SUPERIOR PEDAGÓGICO PRIVADO "PAULO VI"

ACTIVIDAD LÚDICA Y ELABORACIÓN DE RECURSOS DIDÁCTICOS EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

1. LA MATEMÁTICA Y EL PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

1.1 El pensamiento lógico

La lógica es la ciencia del pensamiento correcto y cuyo uso nos permite resolver incluso problemas a los que nunca se han enfrentado el ser humano, utilizando solamente su inteligencia y apoyándose de algunos conocimientos acumulados, se pueden obtener nuevos inventos, innovaciones a los ya existentes o simplemente utilizando los mismos.

Pensar es reflexionar con cuidado sobre una determinada cosa, para formar una opinión sobre ella. Constituye una de las manifestaciones más importantes de nuestra mente, por que es precisamente lo que hace posible transmitir conocimientos sobre entidades que antes nunca habíamos visto o experimentado de alguna manera, si no fuera por el pensamiento la ciencia y el conocimiento en general, no podría existir.

El pensamiento lógico permite descubrir relaciones que existen entre las magnitudes(como en la geometría), las cantidades (números y las generalizaciones con la aritmética y el álgebra) y las propiedades entre ellas, las cuales se expresan verbalmente con palabras, signos o símbolos específicos.

1.2 El pensamiento lógico matemático

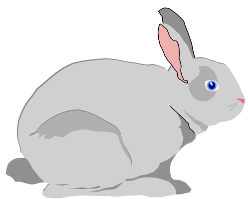
Relacionando el pensamiento lógico con la matemática, diremos que el pensamiento lógico matemático es un proceso cognitivo de nivel superior que relaciona deductivamente las magnitudes, las cantidades y las propiedades entre ellas, desarrollando de esta manera ideas y conclusiones teóricas deductivas.

La actividad de establecer relaciones sobre los objetos a través de la acción, la capacidad de análisis y de crítica y la formación de actitudes como la confianza en sus propias habilidades, la perseverancia en la búsqueda de soluciones, el gusto por aprender, permiten construir nuevos aprendizajes.

Ejemplos de pensamiento lógico matemático

Pensamientos lógicos matemáticos son:

(a) "Dos padres y dos hijos
De caza han marchado
Y cada uno una liebre
Han matado (…)
Cuántas liebres en total



3 liebres

Han cazado?

(b) Si domingo murió y
Sábado lo enterraron
¿Cuál fue el último día que vivió?

jueves

(c) Si A y C tienen el mismo sueldo y D gana menos que A, pero más que B, entonces:

A) C gana = que B
B) B gana + que A
C) C gana + que B
D) D gana más que A
E) D gana igual que C

Otros ejemplos:

Te invitamos a que des respuestas a lo siguiente:

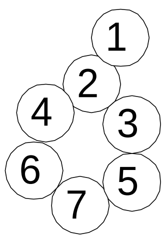
(1) Un día llego a mi
Casa de campo y en la
Sala encuentro al perro;
Sobre la mesa esta el
Loro y sobre el techo
Siento dos palomas.
Si la pregunta es oral.
¿Cuántos animales hay en total?

(2) Un hombre que pesa 200 kilogramos y dos hijos suyos, que pesan 100 kilos cada uno, desean cruzar un río. Si tienen sólo un bote que apenas transporta con seguridad un peso de 200 kilos ¿Cómo pueden cruzar todos el río?

(3) Un agricultor desea transportar al otro lado del río un ganso, un zorro y un saco de maíz. Si el agricultor no está con ellos, el zorro se come al ganso o el ganso se come el maíz.
Si el agricultor tuviera un bote donde apenas quepan él y uno de los animales o el saco de maíz, ¿cómo podría cruzar el río?

(4) Si la rueda dentada 1 gira en el sentido horario, indicar cuáles se mueven en sentido antihorario?

A) 2,5
B) 3,4,7
C) 2,5,6
D) 2,7



E) 2,5,6,7

(5) Si la catalina de una bicicleta tiene 72 dientes y el piñón la sexta parte de los que tienen la catalina ¿Cuántas veces habrá girado la rueda trasera cuando el pedal ha dado 12 vueltas?

A) 84 B) 72 C) 68 D) 54 E) 36

(6) Si A > B y B > C ¿Cuál de las relaciones siguientes no puede ser cierta:

A) A + B > B + C
B) 2C > A + C
C) 2A > A + C
D) A + B > A + C
E) 2A + 2C

(7) La siguiente tabla muestra el resultado de las partidas de un torneo de ajedrez. Si los partidos ganados abonan 2 puntos; los empatados 1 punto y los perdidos 0 puntos y solo falta el encuentro entre José y Martín ¿A quién le ganó José?

Nombres	P.J.	P.G.	P.E.	P.P.	Puntos
Juan	6	6	0	0	12
Carlos	6	5	0	1	10
Javier	6	3	1	2	7
Eduardo	6	2	0	4	4

A) Carlos
B) Martín
C) Pedro
D) Eduardo
E) Javier

2. LA CREATIVIDAD EN LA MATEMÁTICA

2.1 ¿Qué es imaginarse?

La representación del pasado y la previsión del futuro cuentan entre los principales aspectos de la actividad psíquica propiamente humano. “Uno recuerda su pasado, decía Henri Poincaré, como imagina su futuro”, es decir por un esfuerzo del pensamiento.

Imaginar es representarse lo que no está presente, pero que podría estarlo o que estará muy probablemente; es decir, según lo que sabemos del pasado. Los lazos de la imaginación y la memoria son muy estrechos; la anticipación del futuro es tanto más precisa y tanto más lejana cuanto más variada y rica es la memoria.

En el niño, el desarrollo de la imaginación va a la par, sobre todo al comienzo, con el desarrollo del lenguaje. El niño que no habla tiene poca imaginación como un chimpancé. Por el contrario, el niño que habla se muestra rápidamente capaz de imaginar las posibilidades que le sugieren las cosas que ve.

En el adulto, hay numerosas formas de imaginación, de los cuales una constituyen la imaginación “ordenada” o “dirigida”: la invención.

Todas las formas normales de la imaginación del adulto tienen como base la previsión del futuro. Son voluntarias o deliberadas. El hombre trata de adivinar lo que va a ocurrir, para poder obrar en consecuencia; conoce el ritmo de las estaciones, prevé su retorno; sabe que nacerán nuevas personas, trata de representarse el destino de la humanidad, etc.

Por esto presenta toda una serie de actividades que están proyectadas hacia el futuro: actividad científica (“ciencia, por lo tanto previsión, por lo tanto acción”, decía Augusto Comte); actividad técnica, ligada en parte a la actividad científica; actividad religiosa y mística, por lo cual el hombre busca precaverse de la muerte en el pensamiento; actividad política (legislación) etc.

2.2 La imaginación y las matemáticas

Sabemos que las matemáticas constituyen una ciencia sumamente importante como fuente primordial de aproximaciones aplicables a las complejas necesidades de la vida diaria. Ello se ha logrado, entre otros factores, a la imaginación del ser humano basada en la abstracción.

El pensamiento abstracto o conceptual, que se expresa con la ayuda del lenguaje en razonamiento o juicios, se presenta siempre en una forma más o menos organizada.

La abstracción de la experiencia práctica es una de las principales fuentes de la utilidad de las matemáticas y el secreto de su poder científicos. Con la abstracción y la simplificación de las observaciones de los sentidos, las matemáticas enfocan los campos de la ciencia y de la vida con nuestro corto entendimiento y hacen posible una descripción racional de nuestras experiencias, que concuerdan perfectamente con las observaciones hechas. La abstracción, algunas veces esgrimida como reproche a las matemáticas, es su principal gloria y el más firme galardón de su utilidad práctica; es también la fuente de la belleza que puede surgir de las matemáticas.

Por ejemplo el número es concebido, mediante un proceso de abstracción que parte de los objetivos del mundo exterior, como un constructo teórico, sólo se ve con los **ojos de la mente**, pudiendo representarse únicamente a través de signos. Se estima que la capacidad de ver estos objetos invisibles, es uno de los componentes de la habilidad matemática.

2.3 La creatividad

¿Te ha sucedido a ti?. Estas sin un estímulo, completamente relajado, con tu mente en blanco.

Entonces de repente tienes la solución a un problema que te fastidiaba hace días o semanas. Algarabía!, pero te preguntas por qué no lo habías pensando eso antes?.

En esos momentos has hechos contacto con el espíritu creativo, aquella gran mesa de buenas y algunas veces grandiosas-ideas. El espíritu creativo es más que una visión ocasional o un chispazo racional. Cuando el espíritu creativo llega, anima un estilo de ser: una vida completada con el deseo de innovar, explorar nuevas vías de hacer las cosas, volver realidad tus sueños.

El espíritu creativo o la creatividad constituye un sistema de habilidades organizados con la finalidad de crear, inventar, identificar, plantear y solucionar un problema de manera distinta y divergente.

¿Todos somos creativos?

Si. Sin embargo es posible establecer niveles de creatividad, siendo esta cualidad-habilidad desarrollable. Para tal, es necesario cultivar la imaginación y la inventiva.

3. LAS ACTIVIDADES LÚDICAS

La actividad matemática ha tenido desde siempre un componente lúdico que ha sido la que ha dado lugar a una buena parte de las creaciones más interesantes que en ella han surgido.

La historia de la matemática está llena de pasatiempos, acertijos, juegos de ingenio, historias paradójicas, ilusiones ópticas… El carácter lúdico ha dado importantes frutos al desarrollo aplicado y teórico de la matemática. Por el contrario, la enseñanza de la matemática ha insistido en un desarrollo formal, deductivo, dando especial énfasis a los procesos de cálculo algorítmico, dejando a un lado esta faceta “juguetona”, extremadamente atractiva del quehacer matemático.

Las acciones de juego realizado con niños empleando una metodología, recursos y materiales bajo un fin determinado, constituye las actividades lúdicas que el niño activará durante el juego, bajo la acción mediadora del docente.

4. ¿QUÉ ES EL JUEGO?

Es una diversión y, sobre todo, un ejercicio recreativo sometido a reglas, en el que se gana o se pierde. Constituye un conjunto de actividades que ejecutados proporcionan motivo de placer y entretenimiento, al mismo tiempo que proporciona aprendizajes espontáneos.

El juego es muy importante en la vida del niño porque contribuye al desarrollo psicomotor, nacen de los órganos con los sentidos, ejercicios de los músculos, desarrollo de sus emociones espirituales e intelectuales.

El juego contribuye al desarrollo de los niños porque jugando expresan lo que sienten, comprender la conducta de los demás, se relaciona con sus compañeros, crean y recrean situaciones, aprenden a estar con ellos mismos, su modo de sentir y entender el mundo que lo rodea, por eso es importante que los adultos participen y puedan compartir los juegos de los niños.

Ahora bien el juego es una de las actividades más evidente que existen pero además es algo serio. Esta afirmación, cierta, puede parecer paradójica. El niño empieza a jugar desde sus primeros meses de vida, y continua jugando, con una intensidad y una complejidad cada vez mayor, durante la infancia y la niñez.

El juego es la actividad más habitual que realiza los niños y que debe ser fomentada por los padres y educadores, ya que, aparte de ser una actividad placentera, les permite expresar sus emociones, facilita el aprendizaje, la comunicación con otros niños, la solidaridad, el enriquecimiento del lenguaje. Por lo tanto ello se considera fundamental que se permita y favorezca todo tipo de juego, ya sean libres o dirigidos.

5. CARACTERÍSTICAS DEL JUEGO

En el juego hay que considerar determinadas características:

- Es una actividad libre, procura al niño oportunidades para actuar con libertad.
- Se realiza en un espacio adecuado.
- Debe ser placentero. El juego, como la obra de arte, produce placer a través de su contemplación y de su ejecución.
- Tiene reglas que deben ser respetados. En el aprendizaje de juego es necesario una explicación clara y precisa por parte del docente o guía.
- Es ficticio: hay que tener conciencia de esta realidad.
- Permite la descarga del exceso de energía, liberándolo de la ansiedad hostilidad, y agresividad reprimida.
- Fomenta desde su inicio hasta sus términos la imaginación, inventiva y la creatividad.

Por eso los juegos deben ser:

- Fáciles de realizar.
- Atractivos
- Agiles, claros, precisos.
- Con ritmo ascendente.
- Individuales o colectivos.

6. LA MATEMÁTICA Y LOS JUEGOS

Los juegos han sido muy estudiados a lo largo de la historia e incluso se ha establecido un modelo matemático, desarrollando una serie de técnicas y algoritmos que resuelvan los juegos (que sepan jugar) conocido como "teoría de juego" (ver: John Forbes Nash, uno de los grandes genios del siglo XX. En 1948, a los 21 años, formuló la Teoría de Juego, basada en la relación entre el proceso de toma de decisiones en economía y el ajedrez).

La actividad matemática ha tenido desde siempre un componente lúdico que ha sido lo que ha dado lugar a una buena parte de las creaciones más interesantes que en ella han surgido.

Existe suficiente consenso acerca de la importancia de la aplicación de juegos en la enseñanza de la matemática. Los juegos aritméticos, por ejemplo, pueden incentivar la disposición para hacer trabajos con contenidos matemáticos, las experiencias cotidianas de los niños pueden apoyarse en el desarrollo de estructuras matemáticas, y gracias a los juegos infantiles se potencian las capacidades cognitivas, la creatividad e incluso, el aprendizaje. Están en relación a situaciones conflictivas que permiten la participación reflexiva. No se reduce a una manipulación o actividad cualquiera, sino a propiciar el ejercicio de la actividad mental.

Miguel de Guzmán, expresa: “Euclides fue, al parecer, no sólo el primer gran pedagogo que supo utilizar, en una obra perdida llamada Pseudaria (Libro de Engaños), el gran valor didáctico en matemática de la sorpresa producida por la falacia y la aporía”.

Los juegos, en matemática, constituyen un problema, una situación conflictiva. A la hora de resolver un juego aparece el problema de alcanzar una situación deseada. La situación inicial ser irá modificando mediante movimiento o acciones que conduzcan al estado objetivo. Entre todas las acciones posibles habrá que elegir aquella que sea más conveniente. La complejidad del problema radica en el elevado número de combinaciones existentes. En cada momento del juego debe considerarse el número de jugadas o acciones distintas que pueden realizarse, así como las futuras consecuencias de aplicación de cada una de ellas. La elección de una u otra acción influirá sobre las demás, por lo que el número de consideraciones a tener en cuenta en cada momento para asegurar la eficiencia de un movimiento puede llegar a ser inalcanzable, tanto por la mente humana como para la capacidad de una máquina de procesamiento de datos.

7. EL JUEGO COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA

La misión de la educación, es lograr el pleno desarrollo de todas las potencialidades de cada individuo llegando, así, a transformar a una persona integrada a la sociedad, con intereses propios y en permanente evolución autónoma (la persona llega a ser capaz de tomar decisiones por sí mismo).

La meta de la enseñanza de la matemática es como “ayudar al niño y niña a desarrollar su pensamiento lógico convergente, conjuntamente con el pensamiento libre, creativo, autónomo y divergente” porque en el acto único, multifacético de pensar se funden las relaciones lógicas asociadas al pensamiento convergente con la concepción de ideas libres, creativas, autónomas y divergentes. No existe antagonismo entre el pensamiento lógico y el creativo, ambos son necesarios y complementarios.

En las matemáticas debe haber una participación activa del estudiante en la resolución de problemas a través del pensamiento reflexivo incentivándolo a hacer preguntas y proponer otras soluciones a una determinada solución.

Los juegos matemáticos son importantes y tienen valor pedagógico, ya que emplea la lógica captando totalmente la atención del estudiante, lo interesante en estos juegos, es la manera como se resuelven, de acuerdo a los acontecimientos matemáticos con que cuenta cada persona.

Las actividades que generan los juegos deben estar direccionalizados en dos sentidos: la que lleva al conocimiento del objeto o materia manipulada y la que conduce a la elaboración de estructuras lógicas matemáticas.

La experiencia física del juego está dirigida a la observación, análisis y manipulación del objeto o materia, que posibilite un establecimiento de relaciones y propiedades.

La experiencia lógico matemático es producto de una actividad mental, de una abstracción reflexiva que busca el establecimiento de las propiedades, y relaciones matemáticas a partir de las relaciones entre los objetos que encierra la actividad lúdica.

En tal sentido, para el nivel inicial o primario se tienen los siguientes materiales estructurados o recursos didácticos: el ábaco, bloques multibásicos, regletas o cuisenaire, juegos de número, juegos de cálculo, bloques lógicos, formas geométricas, el geoplano, el tangrama, mecanos, simetrías de balanza, vasos graduados, el metro y juego de probabilidad, entre otros.

En la educación secundaria debe ser que a través del juego se busque la generalización y la abstracción, llegando a la matematización del juego.

Por este motivo se han elegido un conjunto de juegos relacionados con los aspectos matemáticos que seria conveniente que sean realizados en los colegios.

8. EL JUEGO EN RELACIÓN AL SISTEMA DE NÚMERO Y FUNCIONES

8.1 ¿Qué entendemos por razonamiento aritmético?

La matemática es una manera de pensar, una forma de razonamiento tal como el razonamiento aritmético. Constituye un proceso mental deductivo que hace uso de propiedades y principios relacionados a los números para resolver situaciones no conocidas.

8.1.1 Aspectos relacionados al razonamiento aritmético.

Existe un amplio repertorio de problemas ligados al razonamiento aritmético, de los cuales mencionaremos:

1. Series numéricas
2. Analogías
3. Propiedades de los números
4. Las cuatro operaciones
5. Distribuciones

8.1.2 Ejemplo de razonamiento aritmético

(a) Si en un aula hay 10 hileras de asientos con 14 asientos en cada uno, entonces hay 140 asientos. Esto si sabemos sin necesidad de contar los asientos y sin el aula, es decir solo empleando nuestro razonamiento aritmético.

(b) Ocho y ocho y ocho me dan ciento veinte.

Parece imposible ¿verdad? Coloca los tres signos matemáticos que correspondan entres estos números gemelos y verás cumplirse la igualdad:

8 8 8 8 = 120

(c) En un cuadrado mágico de 3 x 3 formado por los nueve primeros múltiplos de 7, la suma horizontal, vertical y diagonal es:

A) 63 B) 77 C) 105 D) 112 E) 119

(d) Para atar un paquete de forma cúbica, tal como se muestra en la figura, se utiliza 175 cm de cinta; de la cual 15 cm se usa en el nudo ¿Cuánto mide la arista o lado del paquete?

A. 21,8 cm
B. 20 cm
C. 16 cm
D. 13,3 cm
E. 12 cm

(e) Hallar a + b en la siguiente sucesión:

12, 48, 9, 36, 6, 24, a, b, ….

(f) Hallar el número que debe ocupar el casillero ORO.

ORO	5	7	11	23	71

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8.1.3 Otros ejemplos

Te invitamos a que des respuestas a lo siguiente:

1) "Siete seis que hacen un, dos, tres"

Con tan solo siete 6 y tres operaciones se puede lograr verificar la siguiente igualdad:

6 6 6 6 6 6 6 = 123

2) Usando ocho ochos obtener cifras que una vez sumados, den por resultado el número 1000.

3) Si multiplicas el número 91 por 1, por 2, por 3, y así sucesivamente hasta el 9, y colocas las respuestas en columnas, obtienes unos resultados muy curioso ¿no te parece?

4) Hallar el número que debe ocupar el casillero UNI.

2	3	5	8	13	121		UNI

A) 55 B) 58 C) 65 D) 74 E) 85

(5) El siguiente cuadro puede ser completado de manera lógica por dos números distintos, indicar la alternativa que contenga dichos números.

A) 603, 1012

B) 389, 837

C) 603, 837

D) 837, 1329

E) 1812, 608

123	246	369
357	480	?

(6) Hay un número entero que multiplicado por 33 nos da un producto, cuyas cifras son todas siete. ¿Cuál es la suma de las cifras de dicho número?

A) 23 B) 24 C) 25 D) 26 E) 27

(7) Una cuenta de S/. 2800 fue comprometido a pagarse por igual un grupo de 28 personas. En vista de que algunos no cumplieron con lo prometido, el resto de amigos tuvieron que pagar S/. 40 más ¿Cuántas personas no pagaron la cuenta que se comprometieron al inicio?

(8) Hallar el número que falta:

11		12
	8	
?		5

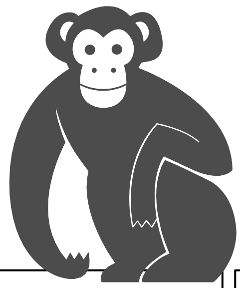
8.2. SITUACIONES RELACIONADAS AL RAZONAMIENTO ALGEBRAICO

Para

Álgebra en verso

Un curioso problema proveniente de la India se plantea por medio de unos versos. Su traducción dice así:

Regocijaos los monos
Divididos en dos bandos
Su octava parte al cuadrado
En el bosque se solaza
Con alegría y gritos, doce
Atronando el campo están.
¿Sabes cuántos monos hay
en la manada en total?



8.2.1 ¿Qué entendemos por razonamiento algebraico?

La matemática es un lenguaje con su propio conjunto de signos, que permiten generalizar y abstraer cantidades y las relaciones entre ellas. Entendemos por razonamiento algebraico a un tipo especial de pensamiento en el cual hacemos uso de propiedades referidas al álgebra para resolver reflexivamente situaciones nuevas o distintas unas de otras.

8.2.2 Ejemplos de situaciones relacionados al razonamiento algebraico.

(a) Tengo "r" soles y me obsequian como propina "t" soles, entonces podré comprarme exactamente "µ-4" libros ¿Cuánto cuesta cada libro?.

$\boxed{\dfrac{r+t}{u-4}}$

(b) Si A > B y B > C ¿Cuál de las relaciones siguientes no puede ser cierta?.

A) A + B > B + C D) A + B > A + C
B) 2C > A + C E) 2A + 2C
C) 2A > A + C

(c) Otros ejemplos:

(1) En una situación particular, cada vez que x toma un valor, "y" es igual al doble de "x" y "Z" toma el valor que es igual a la suma de "x" e "y". Si "Z" resulta siendo igual a quince ¿Cuál deberá haber sido el valor de "x".

(2) Un gerente ahorra “S” soles por año que equivale “q” soles por año más de lo que ahorra su ayudante ¿Cuánto ahorra por mes el ayudante?.

(3) Si el resultado de: X(X+2) es un número par entonces X es:
A) Par B) Tal vez par C) Un cuadrado
D) Una potencia E) Tal vez impar

(4) Se compran dos piezas de tela: una a “x” soles el metro y otra, que tiene “x” metros más, a “y” soles el metro: Si por cada pieza se pagó lo mismo ¿Cuántos metros se compraron en total?

(5) Supongamos que X e Y son números reales tales que: X > 0 > Y. ¿Cuál de las relaciones no es correcta?

A) $(y-x)(x-y)<0$ C) $xy<0$ E) $x^2+y^2 \geq 0$
B) $x^2-xy>0$ D) $\frac{y-x}{y} > 0$

(6) Sean x, y, z enteros diferentes tales que x divide a y; y divide a z; ¿cuál de los siguientes enunciados no es correcto?
A) X divide a Z B) X divide a Y-Z C) X no divide a (y+1)
D) X no divide a Y-Z E) X no divide a Z-1.

(7) Si x está entre cero y uno (pero no igual a cero o uno). Entonces el menor de las siguientes es:
A) x + 2 B) 2x C) x^2 D) x/2 E) 3x

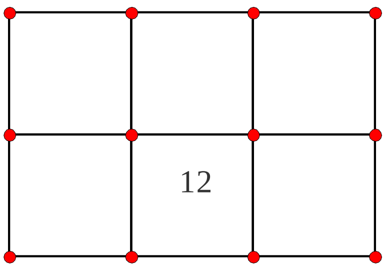
9. EL JUEGO EN RELACIÓN CON LA GEOMETRÍA

9.1 ¿Qué entendemos por razonamiento geométrico?

Constituye un proceso mental deductivo basado en la imaginación, en el razonamiento espacial, en propiedades y principios geométricos para solucionar situaciones conflictivas.

9.2 Ejemplos de situaciones relacionadas al razonamiento geométrico

(a) Suprimir dos para que queden tres.

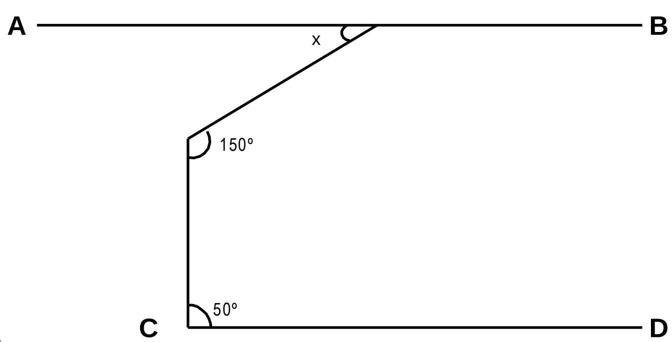


La figura muestra la disposición de 15 segmentos de recta de igual longitud, que son los lados de 5 cuadrados. ¿Cómo lograrías tres cuadrados suprimiendo exactamente 2 segmentos de los 15 que hay considerando que los 3 cuadrados que queden deben ser el mismo tamaño que los primeros mostrados y no deben quedar cuadros abiertos o puntos?

(b) Un rectángulo es dividido en cuatro rectángulos. Las áreas de tres de los rectángulos así obtenidos se muestran en la figura. ¿Cuál es el área del cuarto rectángulo?

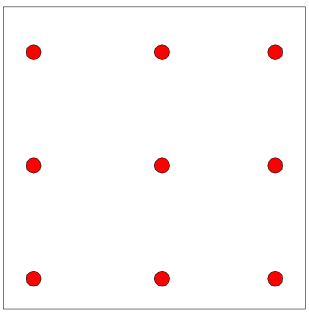
6	14
?	35

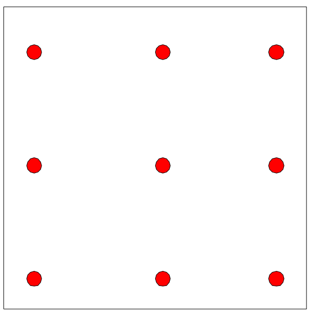
(c) Hallar “x” si $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



9.3 Otros ejemplos

(1) La siguiente figura muestra nueve puntos dispuestos en 3 hileras de 3 cada una. ¿Cómo harías para tocar los 9 puntos con solamente 4 líneas rectas sin despegar el lápiz del papel y sin recorrer las líneas más de una vez?





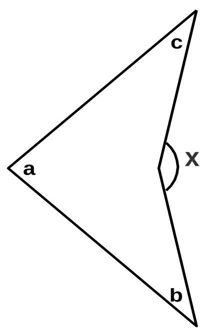
(2) En la figura se puede deducir que:

A) x = a – b – c

B) x = a + b – c

C) x = a + b + c

D) x = a - b + c



E) $x = c + b - a$

(3) Determinar el perímetro de la figura

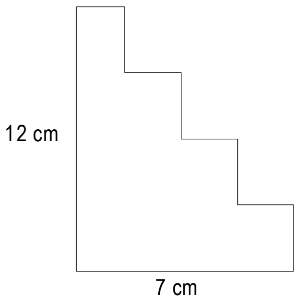
A) 26

B) 38

C) 29

D) 33

E) 43



(4) En el interior de un cuadrado ABCD, se construye el triángulo equilátero EDC. El valor del ángulo EBC es:

A) 80º B) 75º C) 45º D) 60º E) 70º

(5) En la figura, calcular el valor del ángulo x si AD y BC son bisectrices de los ángulos A y C respectivamente.

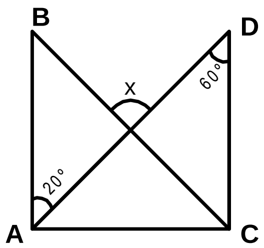
A) 130º

B) 100º

C) 120

D) 70º

E) 110º



(6) La relación entre el área sombreado y el área del trapecio es:

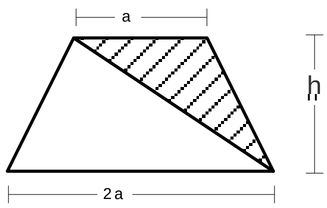
A) 1

B) 1/2

C) 1/3

D) 2/5

E) N.A.



(7) En el rectángulo ABCD, AD = 3 y AF = 1. El área de la región sombreada es igual a:

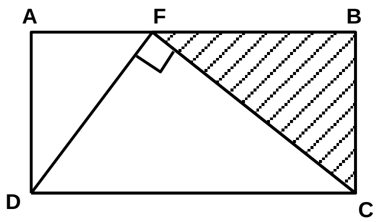
A) 57/2

B) 47/2

C) 37/2

D) 27/2

E) 17/2



(8) En el cubo de 2 m. de lado se unen tres de sus vértices no consecutivas como se muestra en la figura. Hallar las medidas del área del triángulo que se forma:

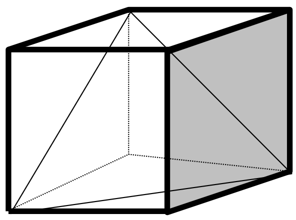
A) $2\sqrt{3}\ m^2$

B) $2\sqrt{8}\ m^2$

C) $\sqrt{8}\ m^2$

D) $\sqrt{3}\ m^2$

E) $2\ m^2$



10. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DEL ENTORNO A TRAVÉS DE JUEGOS RECREATIVOS

Hemos expresado que el juego matemático constituye un conjunto de actividades lúdicas relacionadas a una situación conflictiva o problemática y como tal debe constituir un medio de resolución de problema.

La enseñanza a través de la resolución de problemas es actualmente el método en el que se ha hecho más hincapié para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo. Lo que en el fondo se persigue con ella es transmitir, en lo posible, de una manera sistemática los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas.

Se trata de considerar como lo más importante:

- Que el alumno manipule los objetos matemáticos.
- Que active su propia capacidad mental.
- Que ejercite su creatividad.
- Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente.
- Que, a ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.
- Que adquiera confianza en sí mismo.
- Que se divierta con su propia actividad mental.
- Que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.

Los juegos además de utilizarse como estrategia motivadora y presentación de temas, actitudes y actividades matemáticas pueden emplearse en la resolución de problemas, aspecto que constituye el corazón de las matemáticas, pues ahí es donde se puede adquirir el verdadero sabor que ha atraído y atrae a las matemáticas de todas las épocas. Del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas apropiadas, en una palabra, la vida propia de las matemáticas. Muchos de estos elementos pueden adquirirse igualmente en el enfrentamiento con los problemas que constituyen los juegos matemáticos.

La gama de problemas matemáticos fluctúan desde lo más simple hasta lo más complejos aún sin resolver. Toda la historia de las matemáticas se encuentra entrelazada con juegos matemáticos los cuales han llevado a estudiar diferentes áreas de esta ciencia. Juegos numéricos, problemas geométricos, red de problemas y problemas de combinatoria se encuentra entre los tipos de problemas más conocidos.

La forma de utilización de los juegos en la resolución de problemas debería proceder más o menos de siguiente modo:

- Propuesta o presentación del juego despertando la atención del estudiante.
- Manipulación autónoma por los estudiantes.
- Familiarización con la situación y sus dificultades.
- Elaboración de estrategias posibles.
- Ensayos diversos por los estudiantes.
- Elección de estrategias.
- Ataque y resolución de los problemas.
- Recorrido crítico (reflexión sobre el proceso).
- Nuevos problemas.
- Posibles transferencias de resultados, de métodos, de ideas.

11. RECURSOS DIDÁCTICOS EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

El desarrollo de las actividades de aprendizaje significativo requieren el uso frecuente de varios tipos de materiales educativos, los cuales se podrán utilizar para:

a) Recoger saberes previos.
b) Motivar y reforzar aprendizajes.
c) Propiciar el trabajo en clase individualmente y en forma grupal.
d) Ser utilizado como instrumento de consulta o de evaluación.
e) Construir y recrear el conocimiento.
f) Motivar y desarrollar la creatividad del alumno y docente.

Estos están a la disposición de los educadores en gran variedad, especialmente diseñados para la enseñanza de las matemáticas y de fácil aplicación dejando que cada docente, en uso de su creatividad y en armonía con su realidad, le de la utilización pertinente.

Para tal efecto es conveniente precisar en los materiales utilizados en los juegos matemáticos, lo siguiente:

a) **Definición**: Se enumera sus rasgos esenciales.

b) **Utilidad**: Se explican las funciones que pueden desempeñar en la relación con la enseñanza de la matemática y los objetivos que pueden alcanzar el estudiante mediante la realización de actividades diversas con dicho material.

c) **Tipos**: Se describen las diferentes variantes o modelos del material que existe en el mercado.

12. SUGERENCIAS DE MATERIALES Y RECURSOS DIDÁCTICOS EN EL DESARROLLO DE ACTIVIDADES DEL AREA MATEMÁTICA

12.1 EL GEOPLANO

Es un recurso didáctico para la introducción de gran parte de los conceptos geométricos; el carácter manipulativo de éste permite a los niños una mejor comprensión de toda una serie de términos abstractos, que muchas veces o no entienden o generan ideas erróneas en torno a ellos.

Consiste en un tablero cuadrado, generalmente de madera, el cual se ha cuadriculado y se ha introducido un clavo en cada vértice de tal manera que éstos sobresalen de la superficie de la madera unos 2 cm. El tamaño del tablero es variable y está determinado por un número de cuadrículas, éstas pueden variar desde 25 (5 x 5) hasta 100 (10 x 10). El trozo de madera utilizado no puede ser una plancha fina, ya que tiene que ser lo suficientemente grueso –2 cm aproximadamente- como para poder clavar los clavos de modo que queden firmes y que no se ladeen.

Sobre esta base se colocan gomas elásticas de colores que se sujetan en los clavos formando las formas geométricas que se deseen.

Utilidad

El geoplano, como recurso didáctico, sirva para introducir los conceptos geométricos de forma manipulativa. Es de fácil manejo para cualquier niño y permite el paso rápido de una a otra actividad, lo que mantiene a los alumnos continuamente activos en la realización de ejercicios variados.

Objetivos

Los más importantes que se consiguen con el uso del geoplano son:

- Desarrollar la creatividad a través de la composición y descomposición de figuras geométricas en un contexto de juego libre.
- Conseguir una mayor autonomía intelectual de los niños, potenciando que, mediante actividades libres y dirigidas con el geoplano, descubran por sí mismos algunos de los conocimientos geométricos básicos.
- Desarrollar la reversibilidad del pensamiento, la fácil y rápida manipulación de las gomas elásticas permite realizar transformaciones diversas y volver a la posición inicial deshaciendo el movimiento.

- Trabajar nociones topológicas básicas, líneas abiertas, cerradas, frontera, región, etc.
- Reconocer las formas geométricas planas.
- Desarrollar la orientación espacial.
- Llegar a reconocer y adquirir la noción de ángulo, vértice y lado.
- Comparar diferentes longitudes y superficies; hacer las figuras más grandes estirando las gomas a más cuadrículas.
- Componer figuras y descomponerlas a través de la superposición de polígonos.
- Introducir la clasificación de los polígonos a partir de actividades de recuento de lados.
- Llegar al concepto intuitivo de superficie a través de las cuadrículas que contienen cada polígono.

ACTIVIDADES DE CONSTRUCCIÓN

Construir Geoplanos

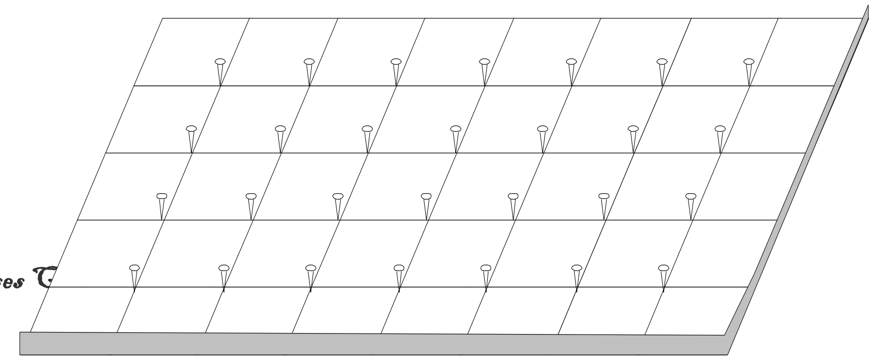
Materiales:

Madera de conglomerado	Clavos	Martillo
Lápiz	Regla	

Desarrollo:

La construcción de un geoplano es una tarea sencilla, aunque requiere la colaboración de padres o alumnos mayores para serrar y clavar.

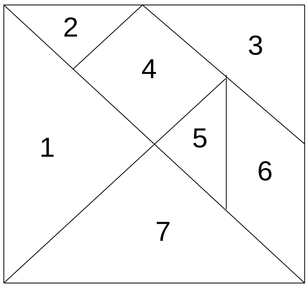
- Cortar o pedir que corten en la carpintería un trozo de madera de conglomerado de 30 x 30 cm y de no menos de 2 cm de grueso.
- Cuadricular el tablero, marcando las cuadriculas con lápiz: pueden ser de 2 x 2 ó 3 x 3 cm.
- Clavar un clavo en los vértices de las cuadrículas, procurando que queden rectos. Si los clavos estuvieran torcidos se escaparían las gomas y se distorsionaría la forma de la figura.
- Si se desea, se pueden pintar de colores.
- Se pueden utilizar las dos caras del tablero, si éste es grueso, procediendo de la misma manera en una y otra cara.



12.2 EL TANGRAM

El tangram es un juego de origen chino que consta de siete elementos: cinco triángulos de tres tamaños diferentes, un cuadrado y un paralelogramo. Unidas estas figuras geométricas, forman un cuadrado. Es importante observar la presencia del número siete, el cual parece haber sido asociado con propiedades mágicas.

Para la construcción del tangram se recomienda el uso de material microporoso para cuyo aspecto se debe diagramar la siguiente figura:



Este juego representa un excelente recurso para la enseñanza de la geometría en especial para dibujar los contornos de polígonos, áreas y semejanzas.

Puede utilizarse en todas las edades, desde preescolar hasta adultos, ya que admite una gran complejidad en la composición de diferentes figuras, bien sea geométricas, humanas, de animales o de diversos objetos.

Medimos las figuras

Material:

Tangram Cordones de colores Tijeras

Objetivo:

Introducción al concepto de perímetro.

Desarrollo:

Se trata de que los alumnos lleguen al concepto de perímetro a través de actividades manipulativas con el contorno de las figuras.

- Se puede comenzar con una de las siete piezas. Se les pide que bordeen la pieza con un hilo de lana o cordón. Cuando se halle bordeada toda la figura, se corta el cordón.
- Se hace lo mismo con cada pieza se comparan las longitudes de los hilos resultantes: comparar dos a dos.
- Buscar las que sean iguales, las más grande y la más pequeña. Para facilitar las comparaciones, usar hilo de distintos colores para cada pieza.
- Se puede proceder de la misma manera con las configuraciones de dos o más elementos dibujados en las plantillas.

- Realizar estimaciones previas de medida pedir a los niños que traten de adivinar qué figura necesitará más cordón para bordearla, después, comprobarlo.

EL TANGRAM Y EL GEOPLANO

Material:

Tangram Geoplano

Objetivo:

Construcción de composiciones geométricas.

Utilidad

Para los adultos, el Tangram tiene una regla básica, que es la de utilizar siempre los siete elementos, sin embargo, con los niños pequeños no es preciso que los utilicen todos a la vez, simplificando así su uso. Con él pueden aprender las formas de las figuras y la composición y descomposición de las mismas de modo manipulativo, tanto en un contexto de juego libre como con reglas dadas.

Este juego favorece la creatividad de los niños por las múltiples posibilidades que ofrecen las combinaciones de las piezas.

Así, en Preescolar y Ciclo Inicial este juego puede utilizarse para:

- Reconocimiento de formas geométricas.
- Libre composición y descomposición de figuras geométricas.
- Realizar giros y desplazamientos de figuras geométricas manipulativamente.
- Llegar a la noción de perímetro de los polígonos.
- Desarrollar la percepción mediante la copia de figuras y reconocimiento de formas geométricas simples en una figura compleja.
- Desarrollar la creatividad mediante composición de formas figurativas e incluso escenas.

DESCUBRIMOS LAS FIGURAS

Material

Tangram Plantillas Lápiz

Objetivo:

Representación mental de la composición de figuras.

Desarrollo:

Esta actividad es más compleja que la anterior y sólo se hará con aquellos niños que hayan superado todas las demás actividades y conozcan bien las figuras del Tangram.

- Se les da las plantillas (confeccionadas previamente con los elementos del tangram) y el tangram.
- Se les pide que marquen con lápiz los elementos por los que está construida la configuración.
- Una vez realizada se les invita a que lo comprueben con las piezas superponiéndolas sobre el dibujo.
- Se comenzará por composiciones de dos figuras y se irá graduando la dificultad.
- Se dará por válida si el alumno sabe qué figuras la componen, aunque haya variado ligeramente el tamaño; se trata de que sea capaz de representar mentalmente la composición sin soporte manipulativo previo.

Desarrollo:

En la medida de lo posible, los alumnos deberán aprender a combinar varios recursos matemáticos, con el fin de generalizar los conceptos y desarrollar su creatividad. En esta actividad se trata de reproducir en el geoplano las figuras realizadas con el Tangram.

- Primero tratar de reproducir en el geoplano cada una de las piezas del Tangram.
- Después copiar en el geoplano las composiciones realizadas con los elementos geométricos del Tangram, como se hizo en las plantillas.
- Y, por último, tratar de reproducir en el geoplano con las gomas el contorno de alguna de las figuras animadas.

12.3 MECANOS

El mecano es un juego muy conocido que consta de unas tiras alargadas, generalmente metálicas, con una serie de agujeros equidistantes. Las tiras son de diferentes tamaños, para unirlas hay una serie de tuercas y tornillos que permiten alargar su longitud lo que se desee, y formar líneas abiertas, cerradas, rectas o quebradas.

El mecano es simple en su composición y, sin embargo, es un juego con muchas posibilidades creativas.

A pesar de la gran utilidad que tiene la educación, actualmente el mecano está infrautilizado. Sería deseable que se generalizase su uso en la escuela y en el hogar.

Utilidad

Los mecanos constituyen un importante recurso para la didáctica de la geometría. Además del desarrollo de la creatividad y de la habilidad manual que este juego posibilita, tiene una aplicación directa en la construcción y reproducción de polígonos.

A través del mecano se puede acercar al alumno a los siguientes conocimientos:

- Estudio de las líneas abiertas y cerradas.
- Construcción de polígonos (líneas cerradas).
- Reconocimiento de formas geométricas.
- Estudio de clasificación de los polígonos.
- Transformación de unos polígonos en otros mediante la movilidad de sus lados.
- Estudio de los ángulos.
- Composición y descomposición de figuras.
- Construcción de figuras semejantes.

ACTIVIDADES DE CONSTRUCCIÓN

Construir un mecano

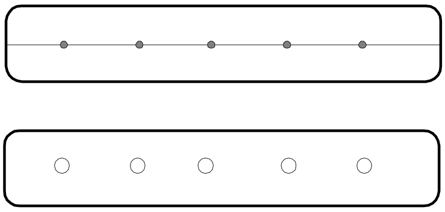
Materiales:

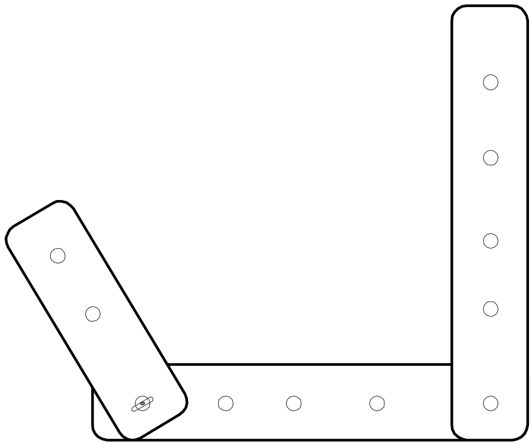
Cartón algo grueso	Taladradora	Grapas de encuadernar
Papel charol	Tijeras	Pegamento
Lápiz	Regla	

Desarrollo:

El procedimiento para construir un mecano "casero" es muy sencillo.

- Se toma una hoja de cartón grueso, lo suficiente para que sea rígido pero que se pueda cortar con tijeras.
- Se señalan tiras de 2 cm de ancho aproximadamente y de longitudes diversas.
- Se dibuja una línea en el centro de la tira y sobre ellas se marcan puntos con una separación de 2.5 cm aproximadamente.
- En estos puntos señalados se hacen agujeros con ayuda de una taladradora de las que se utilizan para agujerear papel.
- Si se desea se pueden forrar las tiras con papel lustre de distintos colores, y así tendremos tiras de colores más atractivas y con posibilidades estéticas.
- Existen en el mercado unas grapas de encuadernar que tiene una cabeza de chincheta con dos láminas flexibles. Si juntamos dos tiras haciendo coincidir uno de sus agujeros y meternos la grapa, sólo es preciso abrir las láminas flexibles, doblarlas una para cada lado y quedarán las dos tiras sujetas.
- Pueden utilizarse también tuercas y tornillos.





Construimos Polígonos

Material:

Mecano Tuercas y tornillos

Objetivo:

Construcción y clasificación de polígonos.

Desarrollo:

El objetivo de está actividad es que los alumnos construyan toda clase de polígonos.

- Se les deja un período inicial de tiempo para que los niños jueguen libremente con el mecano y realicen las actividades que se les ocurran.
- Tras el juego libre se les hace la propuesta que hagan una figura cerrada.
- Después se les sugiere que formen una figura cerrada con el menor número posible de tiras.
- Se espera que realicen un triángulo; si no es así y hacen polígono de más de tres lados, se les sugiere que quiten una tira para ver si se puede hacer una figura cerrada.
- Se hace con ellos también la demostración de que no se puede construir un polígono de dos lados.
- Una vez construido el triángulo, se trabaja sobre él; primero se miden sus lados por el numero de agujeros, si ha tomado tres tiras iguales resultará un triángulo equilátero. Los niños pequeños no es preciso que aprendan el nombre pero sí que se den cuenta de que los tres lados son iguales.
- Después les proponemos quitar una de las tiras y poner en su lugar otra más grande y/o más pequeña: la construcción será un triángulo isósceles. Deberán comprender que tiene dos lados iguales y no diferentes, pero sigue manteniendo la propiedad común de tener tres lados y en una línea poligonal cerrada.
- Si hacemos que el niño construya un triángulo con tres tiras de diferentes longitudes, formará un triángulo escaleno.

- Una vez que se hayan trabajado todas las posibilidades con el triángulo, les propondremos añadir una tira más y para ver lo que resulta.
- Si comenzamos con cuatro barras iguales y las unimos en ángulo recto, habremos construido un cuadrado, es preciso resaltar la idea de que los cuatro lados son iguales. Si modificamos la longitud de dos de las tiras, construiremos un rectángulo.

Composición y Descomposición de Figuras

Material:

Mecano Tuercas y tornillos

Objetivo:

Composición de figuras poligonales a partir del triángulo.

Desarrollo:

A la vez que se efectúa el estudio de los polígonos por separado, se puede realizar la descomposición de cualquier polígono en otros más simples, en última instancia, en triángulos. Paralelamente puede realizar cada operación inversa, que consiste en construir diferentes polígonos a partir de triángulos.

- Se les puede pedir que hagan varios triángulos.
- Una vez construidos, proponer que a partir de ellos formen un cuadrilátero. ¿Cuántos triángulos se necesitan?.
- Tratar de formar otros polígonos regulares.
- El ejercicio inverso consistirá en que a partir de un polígono cualquiera creado por los niños, colocar líneas que vayan de uno a otro vértice. Ver cuántos triángulos se puede encontrar si unimos todos los vértices con las tiras.

12.4 EL ABACO

Es uno de los recursos más antiguos para la didáctica de las matemáticas; por el cual el niño llega a comprender los sistemas de numeración y el cálculo de las operaciones con números naturales.

El niño alcanza una representación mental de las operaciones, lo que facilita el cálculo mental y la realización abstracta de operaciones más complejas, así como también la práctica razonada de cálculo que le permitirá más adelante el uso racional de la calculadora. En nuestra cultura andina tenemos diversos tipos de ábacos como la teptana y la yupana.

Actividades de construcción:

- Construir ábacos de un solo uso.
- Hacer ábacos con cajas.

- Construir un ábaco vertical.

Actividades de aplicación:

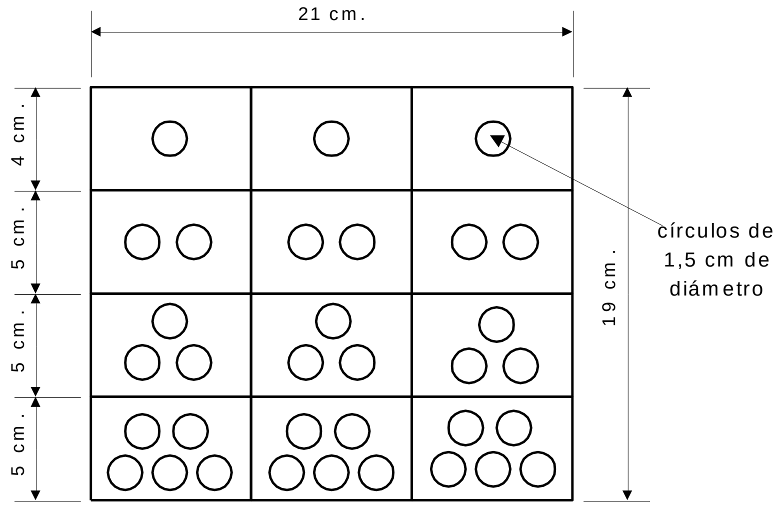
- Banco de cambio de bolas.
- Juegos de cambios múltiples.
- Anotamos en papel.

12.5 LA YUPANA

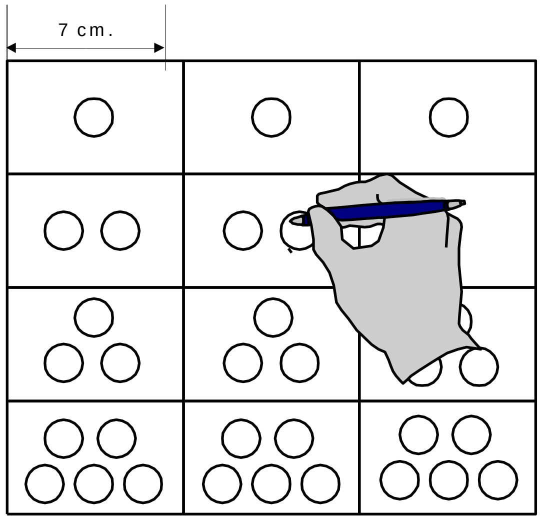
Se le denomina también el ábaco peruano, que aparece por primera vez en una ilustración del cronista Poma de Ayala. La Yupana es la tabla que se encuentra en la parte inferior, a la izquierda de la ilustración. Este instrumento servía para las 4 operaciones, aún con cifras muy altas.

Actividad de construcción: Construir yupanas, el cual puede ser construido con madera, cartón, material microporoso u otros materiales. De acuerdo al nivel de escolaridad de los niños, se puede usar una sola columna, dos y más.

Una pieza de cartón doble con las dimensiones indicadas.
Piedrecitas, cuantas o semillas, etc.



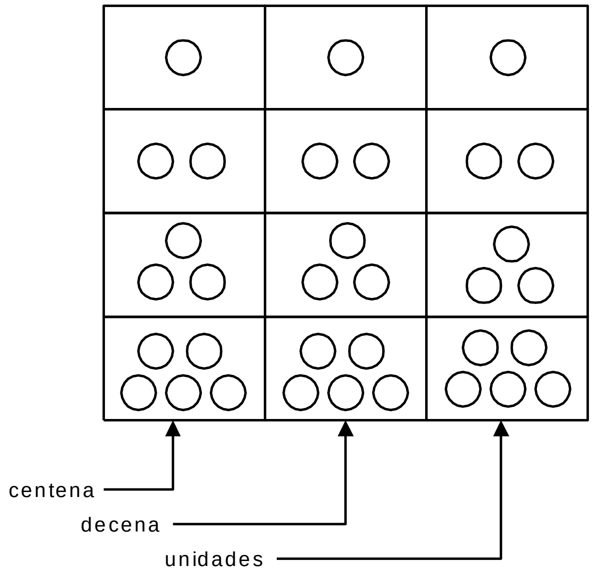
Para su elaboración se debe:
Trazar 33 círculos de 1,5 cm de diámetro en el cartón. Con la punta filuda de una cuchilla se puntean las circunferencias de los círculos, cuidando de incrustar la punta solamente en la primera capa del cartón, es decir no traspasar todo.



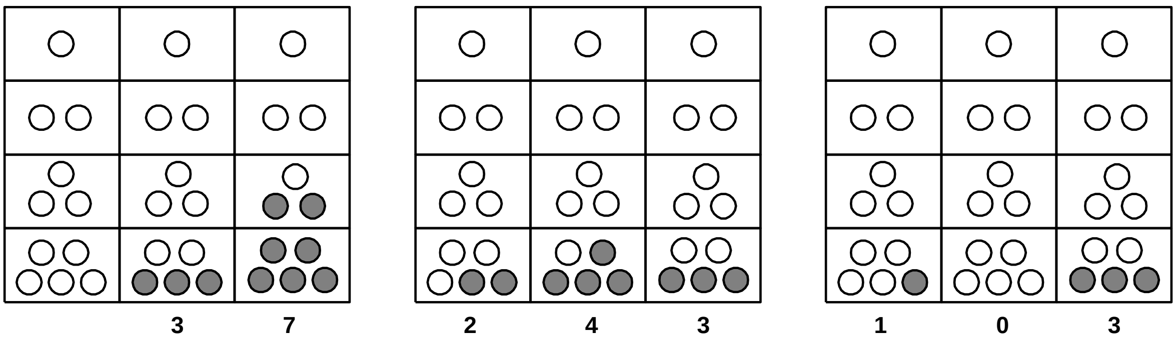
Una vez construida debemos precisar la

constitución de cada columna: (unidades, decenas, centenas, etc). Cada columna está conformada por agujeros, distribuidos de la siguiente manera: 5, 3, 2 y 1.

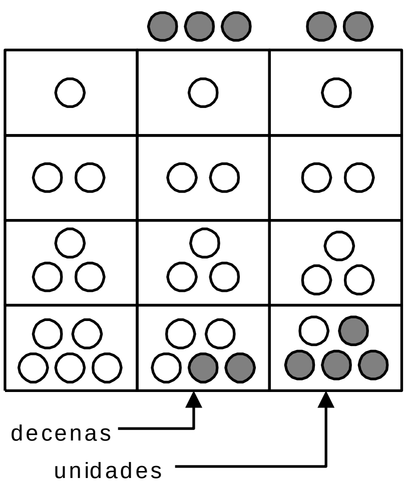
Para registrar los números se usan granos y piedrecitas que se colocan de abajo hacia arriba.



Por ejemplo coloquemos los números 37, 243 y 103.



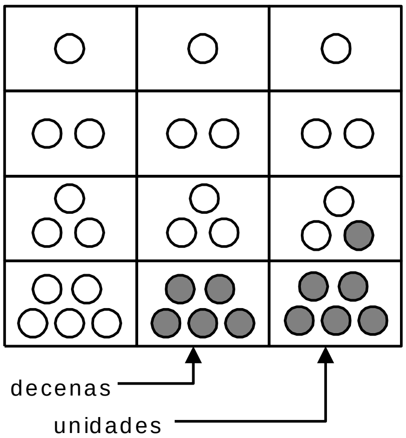
Otro ejemplo: Efectuemos la suma: 24 + 32



<u>Solución</u>

Colocamos en la yupana el número 24 (cuatro en la columna de las unidades y dos en la de las docenas). En la parte externa colocamos las piedras correspondientes al segundo sumando: 32, respetando la posición de las unidades y decenas.

Después ubicamos las piedras que están fuera dentro de las columnas, obteniendo así la suma de 24 más 32, o sea 56.



Para realizar sumas llevando (por ejemplo 25 + 47) el alumno debe recordar que 10 unidades (= 1 decena) debe cambiar en una unidad colocándolo en la próxima columna.

Tarea: Hagan en su grupo varios ejercicios de la adición con la yupana. Asimismo, se pueden efectuar sustracciones.

Para la resta, se colocan las unidades del minuendo y se quitan las piedras del sustraendo correspondientes. Las piedras que quedan indican el resultado.

Si se desea realizar restas que llevan, el estudiante debe quitar una ficha por ejemplo de las decenas y convertirla en 10 de unidades. Estas fichas deben ser colocadas en la columna de las unidades.

También se pueden realizar la multiplicación, para cuyo efecto debe manejarse el concepto de veces por cada columna. Cuando cada columna está llena, se quitan todas las piedras y se coloca una sola en la columna de orden superior.

12.6 CUADRADOS MÁGICOS

Los cuadrados mágicos comprenden el uso de todos los números 1, 2, 3..., n2 para llenar los casilleros de un tablero n x n de manera que cada fila, cada columna y ambas diagonales principales sumen el mismo número. Los cuadrados mágicos se remontan al año 2200 A.C. en el que los chinos los llamaban IO – SHU. A comienzos del siglo XVI Cornelius Agrippa construyo casilleros para n=3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 los cuales asoció con los siete planetas entonces conocidos (incluyendo el sol y la luna). Melanchelia, el famoso grabado de Alberto Dürero hecho en 1514 incluye una imagen de un cuadrado mágico.

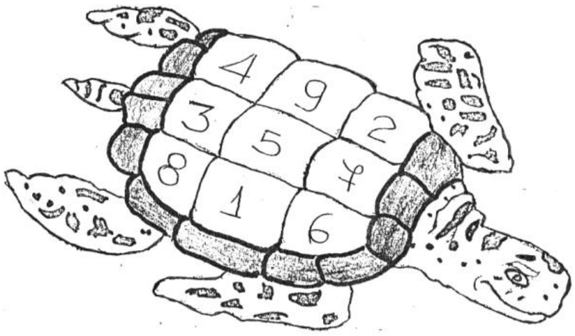
Son calificados mágicos por las extrañas características y propiedades que poseen. El resultado de la suma de las líneas es el mismo que la de las diagonales y la de las columnas.

El número de cuadrados mágicos, de un orden dado, es todavía un problema sin solución. Incluso el caso n = 5 permanece no resuelto.

La construcción de cuadrados mágicos es un pasatiempo antiquísimo.

Existe un libro muy antiguo llamado Yih King. Nadie sabe quien lo escribió. En el libro cuenta la historia de una gran tortuga que apareció un día en el río amarillo.

En el dorso de su caparazón había extrañas marcas. Las marcas eran puntos que indicaban los números del 1 al 9.



Un cuadrado mágico es una figura que contiene distintos números tales que, sumándolos en diagonal, vertical y horizontal, siempre nos da el mismo resultado. El cuadrado mágico más sencillo es el de 3 x 3, o sea, el que tiene nueve cuadrados. En este cuadrado, cada fila y cada columna suman 15 y según cuenta la leyenda, el cuadrado fue comunicado por una tortuga a los hombres del Río Loo, en la época del emperador indio Yii.

4	**9**	**2**
3	**5**	**7**
8	**1**	**6**

Los cuadrados mágicos 3 x 3 obedecen esencialmente al mismo esquema, el de la distribución de los 9 dígitos, como aparece en el cuadrado mostrado.

Otros ejemplo de cuadrado mágico:

11	3	10
7	8	9
6	13	5

Este es un cuadrado mágico, porque todas las líneas suman 24, este es su número mágico.

Otra alternativa es sustituir los números del 1 al 9, por las nueve primeras impares: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17.

Existe otra manera muy interesante de generar un conjunto de 9 números que pueden formar un cuadrado mágico de orden 3 x 3.

Escoger un número cualesquiera, por ejemplo el 3 y otros dos números distintos, por ejemplo el 2 y el 5, que se irán sumando repetidamente al 3 (el 5 por filas y el 2 por columnas).

		+5 ==>		+5 ==>	
	3		8		13
+2 ⇓					
	5		10		15
+2 ⇓					
	7		12		17

Se ordena de menor a mayor por filas 3, 8, 13, 5, 10, 15, 7, 12, 17.

Las colocas, por este orden, en lugar de 1, 2, 3, 4 .... 9 del cuadrado básico y se obtendrán un cuadrado mágico, cuyo número mágico es 30.

Se obtiene.

12	3	15
13	10	7
5	17	8

12.6.1 ¿Cómo construir un cuadrado mágico 3 x 3?

Atendiendo a la manera de construir los cuadrados mágicos, los alumnos estarán en capacidad de resolver y construir sus propios cuadrados mágicos. Por ejemplo un cuadrado mágico de 3 x 3: sea el primer número, p y q las diferencias; los números que se van generando son:

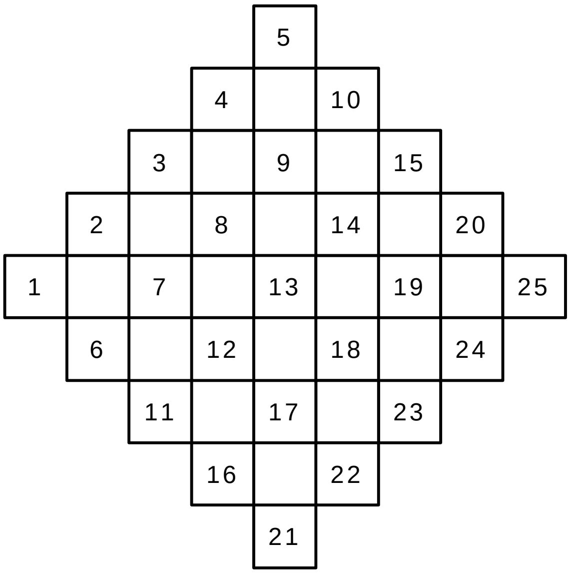
a	a + p	a + 2p
a + q	a + p + q	a + 2p + q
a + 2q	a + p + 2q	a + 2p + 2q

Los cuales se distribuyen de la manera siguiente:

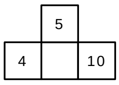
a + p + 2q	a	a + 2p + q
a + 2p	a + p + q	a + 2q
a + q	a + 2p + 2q	a + p

No hay ningún método sencillo para construir cuadrados mágicos de dimensión par, pero para los de dimensión impar vale la pena recordar el **método de simetría** creado por Bachet de Meziriac. El ejemplo es para un cuadrado mágico 5 x 5, pero se puede aplicar a cualquier otra dimensión impar:

Primero se amplia el cuadrado 5 x 5 para formar el nuevo cuadrado en diamante.



Numera después los “diagonales” paralelas a la que va del extremo izquierdo al extremo superior en la forma, que indica la figura (numeradas del 1 al 5), luego la pirámide superior, por ejemplo: se desliza hasta abajo, base del cuadrado donde encaja perfectamente:



	12	**5**	18	
11	**4**	17	**10**	23

Análogamente se procede con las otras pirámides. Así se obtiene un cuadrado mágico 5 x 5.

3	16	9	22	15
20	28	21	14	12
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

Tarea:

1) ¿Sabrías demostrar por qué sale siempre bien? (Estudia la simetría de la disposición inicial y a dónde va a parar cada número después).

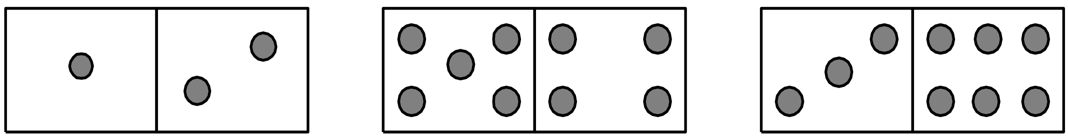
2) Asimismo: Haciendo uso del cuadrado mágico se pueden aprender a contar, a ordenar los valores numéricos y a escribir cifras, efectuar adiciones y sustracción, identificar el número que falta (incógnita), para que la suma valga 15, por ejemplo, obtener la mitad aritmética del número mayor (es decir el 9) y el número menor (1), es decir, el 5. Además de ellos ¿qué naciones de matemática se pueden aprender?

12.6.2 Cuadrados Pandiagonales

Son cuadrados mágicos en el que todos los diagonales (trazadas como si el cuadrado estuviese sobre un bocal se añaden al mismo número que la suma de filas y columnas. Euler estudio este tipo de cuadrado conocido como cuadrado pandiagonal. Ningún cuadrado pandiagonal del orden 2 (2n + 1) puede existir pero si de cualquier otro orden. Para n = 4 existen 880 cuadrados mágicos de las que 48 son pandiagonales. Veblan en 1908 utiliza matrices para estudiar los cuadrados mágicos.

12.7 EL JUEGO DEL DOMINÓ

El dominó es un juego de masa muy popular, compuesta de 28 fichas rectangulares, donde se colocan puntos de color negro u otro color, como los dados.



Sigue la siguiente regla:

a) Se barajan las 28 fichas.

b) Las fichas barajadas y volteadas, se reparten 4 fichas por cada alumno (puede ser hasta 6 fichas la repartición), como en el casino.

c) El que reparte escoge una ficha al azar y voltea a la vista de todos y pone en la mesa.

d) El primer jugador pone en la mesa una ficha que tenga uno de los valores igual a uno de los extremos de la ficha de la mesa. Por ejemplo ubicar la ficha (5, 4) a la izquierda de la ficha mostrada para que coincide con el 5. Se coloca la ficha (3, 5) o la ficha (4, 6) al lado derecho con coincidir con el 4. Este procedimiento deben continuar los demás jugadores formando una cadena.

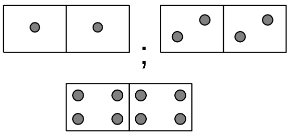
e) Si un jugador no tiene las fichas indicadas debe coger otro del mazo de fichas para ubicarla en la mesa, si no logra conseguir la ficha debe seguir sacando del mazo hasta encontrarla.

f) El primer jugador que logra ubicar todas sus fichas en la mesa es el que gana.

Aplicación:

1. Para formar relaciones binarias.

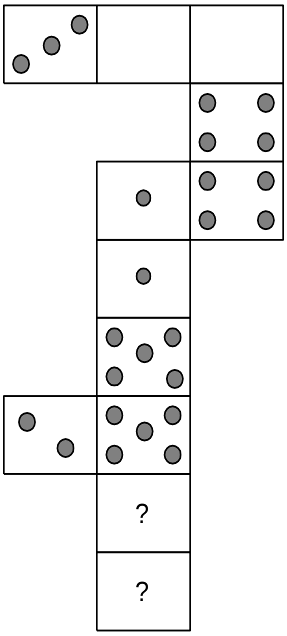
2. Para determinar reglas de correspondencias por ejemplo las fichas

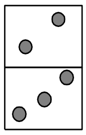


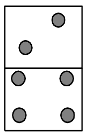
¿Qué regla de correspondencia tienen?

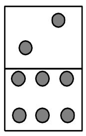
3. Cómo variante se puede formar dominos con variables algebraicas.

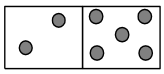
4. Para formar sucesiones tal como: ¿Qué ficha completaría la siguiente sucesión?

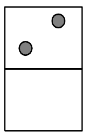


A) 

B) 

C) 

D) 

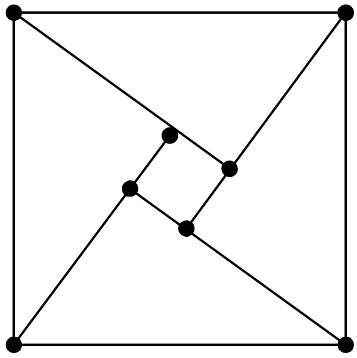
E) 

12.7 JUEGO CON CERILLAS

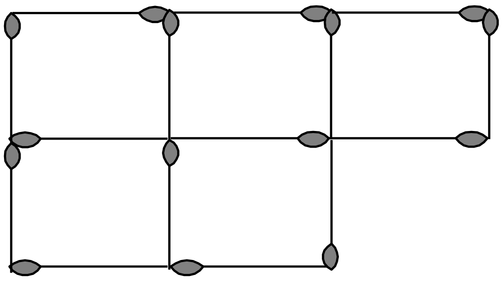
Un buen entretenimiento de origen Chino, que tiene por finalidad formar figuras con cerillos o palitos de fósforo y también generar situaciones conflictivas como:

1) Haciendo uso de 8 palitos de fósforos formar 2 cuadrados y 4 triángulos.

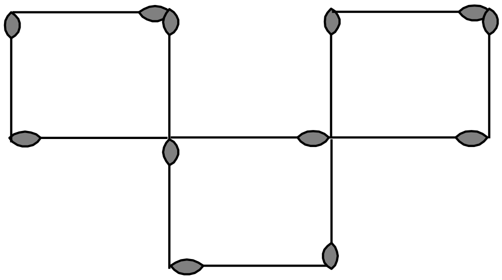
Solución:



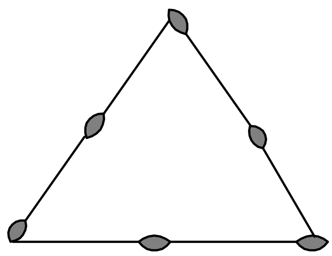
2) Retirar tres cerillos a los 15 que forman esta figura, de manera que sólo queden 3 cuadrados.



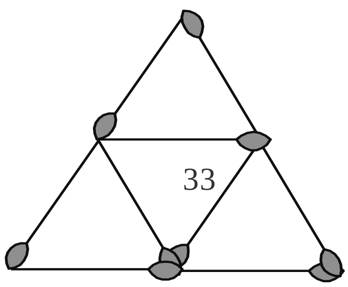
Solución:



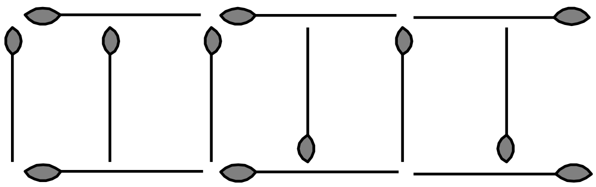
3) Agregando 3 fósforos, forma 4 triángulos de áreas iguales.



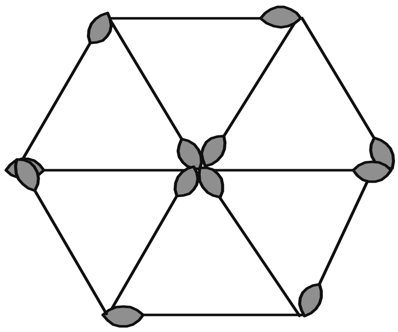
Solución:



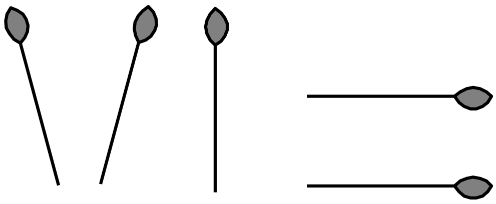
4) La figura nos muestra como un granjero pensaba el construir 6 rectángulos iguales, al tratar de hacerlo descubre que una valla esta rota. Con 12 cerillas construir 6 figuras iguales.



Solución:

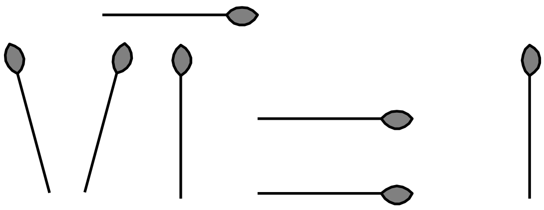


5) Con siete palitos de fósforos se ha representado la siguiente igualdad incorrecta.



Moviendo sólo un palito de los mostrados, transforma dicha falsa igualdad en una igualdad verdadera.

Solución:

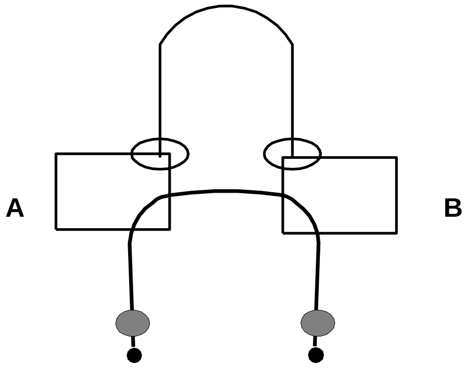


12.8 LOS PUZZLES

Constituyen juegos que propicia el desarrollo de la imaginación, la creatividad y el pensamiento lógico así como la capacidad de visualización y la psicomotricidad.

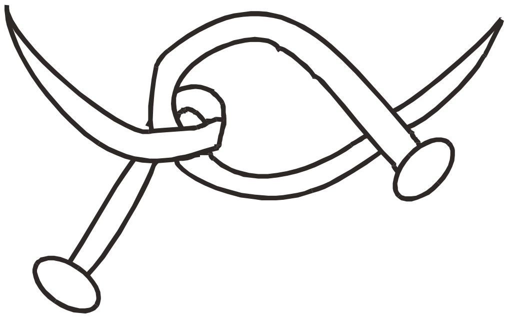
Mucho de los puzzles de alambres y cuerdas llevan en su misma estructura la pista adecuada para descomponer y restituir la formación original.

Por ejemplo: el siguiente de las cuerdas y las bolitas.



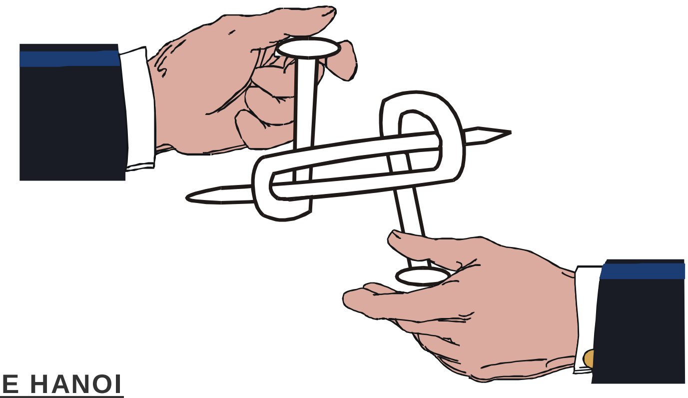
Las dos bolitas están unidas por una cuerda. Las bolitas son muy grande para pensar por A y B sin separarse de la cuerda. ¿Cómo separar las bolitas del alambre?

Otro ejemplo de Puzzles está dado por dos clavos cruzados entre sí como la siguiente figura:



Solución:

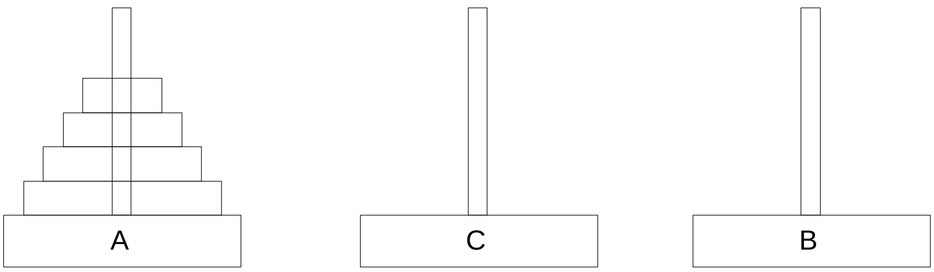
Se coge los clavos por la cabeza, una de ellos se mantiene firme y la otra se hace girar 360º retirándola hacia la derecha.



12.9 TORRE DE HANOI

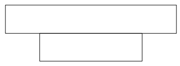
Fue inventado por Eudovard Lucas en 1883.

Este juego también se le llama el juego de los discos.



¿Cuántos movimientos como mínimo se tendrán que realizar para pasar las fichas del soporte A al soporte B sin necesidad de incurrir en:

a) Un disco de radio pequeña no debe sostener a una grande, es decir no esta permitido.



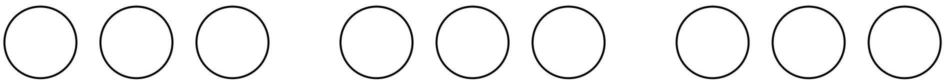
b) Pasar directamente del soporte A al soporte C y viceversa, es decir saltarse un soporte.

c) Sólo se puede trasladar un disco en cada movimiento.

Mediante la práctica de la Torre de Hanoi se puede propiciar la inducción y los sistemas de numeración.

12.10 JUEGO DE BALANZAS

Hay ocho bolas de hierro, idénticas en apariencia. Sin embargo, una de ellas pesa 10 gramos menos que cada uno de los restantes. Se trata de encontrar, en sólo dos pesadas, realizadas en una balanza de dos platos, la bola más liviana entre las ocho.



Solución:

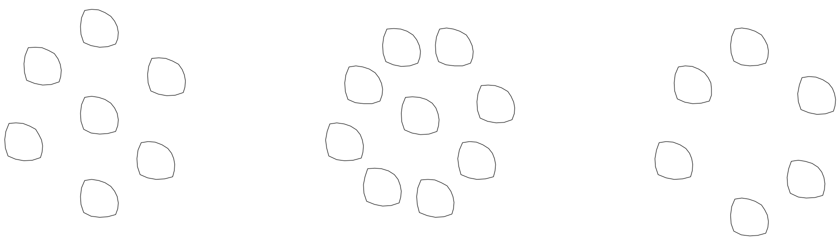
1. Se coloca tres bolas en cada plato (m_1 y m_2) y pueden ocurrir dos posibilidades:
   a) Si $m_1 = m_2$, entonces la bola desigual está en las dos que quedan (primera pesada) por lo tanto pesa las dos últimas y determina la bola más pesada y queda solucionado el problema (segunda pesada).
   b) Si $m_1 \neq m_2$, entonces se elige la más pesada O O O (primera pesada). De entre estas tres elige dos y las pesa (segunda pesada) el cual da origen a:
      b1) Si $P_1 = P_2$ entonces la bola más liviana está en la sobrante (solucionado el problema).
      b2) Si P_1 es más pesada que P_2, entonces P_2 es la bola más liviana entre las ocho (solucionado el problema).

Este juego propicia el pensamiento deductivo y la relación de orden.

12.11 JUEGO DE NIM

El Juego de Nim es para 2 personas A y B. Para jugar se necesita cierta cantidad de fichas, puede ser chapitas, piedrecillas o palitos de fósforos. Comienza con las piedritas distribuidas en un cierto número de montones.

Ejemplo:



7 piedritas 9 piedritas 6 piedritas

El primero en jugar A, puede quitar tantas piedras como quiera de un solo de los tres montones, puede llevarse un montón entero si quiere, pero ha de llevarse al menos una piedra. Luego juega B del mismo modo. Gana quien se lleve la **última piedra**.

El interés especial del juego deriva de que sus posiciones pueden ser clasificadas como insegura o segura.

Trata de inventarte una estrategia para ganar.

Solución:

A partir de una posición segura, un jugador sólo puede crear una posición insegura, independientemente de las fichas que retire. Sin embargo, desde una posición insegura se puede pasar a otro segura o insegura. Así, pues un jugador que haya analizado el juego siempre puede pasar de una posición insegura a una segura y derrotar a su oponente. Hay muchas más posiciones inseguras que seguras pero para poder aprovechar este hechos es necesario saber distinguir entre unas y otras.

Tal vez te haya contado alguien la estrategia infalible que tiene a, se pasa a base dos los números de piedras de cada montón. Al empezar estos son:

7 111

9 1001

6 110

La estrategia consiste en quitar las piedras que haga falta del montón adecuado para que la suma de los unos de cada columna de los números sea un número par.

En el ejemplo la suma es 1222 (sin llevar).

Como la suma de los dígitos es impar entonces es una posición insegura, caso contrario, si la suma fuera para la posición es segura.

Para pasar a una posición segura se podría al segundo montón quitar ocho piedras, reduciéndose a 1. Es decir:

7	→	111
9 – 8 = 1	→	1
6	→	<u>110</u>
	Suma	222

Es una posición segura:

Luego le toque a B, quien debe quitar la cantidad de piedras necesarias, para que la posición sea insegura y así en forma sucesiva, hasta que se lleve la última piedra.

Con los ojos cerrados. Consideremos ahora el juego siguiente con un montón de 40 piedras. Los jugadores A puede quitar 1, 2, 3, 4 ó 5 piedras a su antojo. Luego B puede quitar así mismo 1, 2, 3, 4 ó 5 piedras. Ahora le toca a A. Gana quien se lleve la última.

La estrategia de A consiste en dejar, siempre que no se pueda llevar todas las piedras que quedan, un número de piedras que sea múltiplo de 6.Es claro que así B no puede ganar, y como gana alguien seguro, tiene que ser A quien gane. Una vez que A conoce la estrategia, no le hace falta hacer cuentas más que la primera vez que juega, en que quita 4 piedras, dejando 36. A partir de entonces su táctica es sencilla: si B quita m, A quita 6-m.

12.12 EL JUEGO DE AJEDREZ

El juego de ajedrez es un deporte intelectual.

Hay en él lucha de ingenio, y los elementos son las piezas y el tablero cuadrado, compuesto de ocho filas de ocho casillas cada una.

Las piezas se dividen en dos bandos: blancas y negras, iguales en figuras e iguales en formación. Estas piezas se mueven según las convenciones del juego.

Existe una variedad de situaciones lúdicas basadas en el juego de ajedrez, tales como:

1. El tablero de ajedrez con dos cuadrados extremos tapados.

Suponte que tienes un tablero de ajedrez y fichas de dominó. Cada ficha de dominó es suficientemente grande como para cubrir dos cuadrados del tablero. ¿Cómo dispondrías las fichas de dominó en el tablero de manera que todo el tablero quedara cubierto, con excepción de los dos cuadrados de las esquinas opuestas.

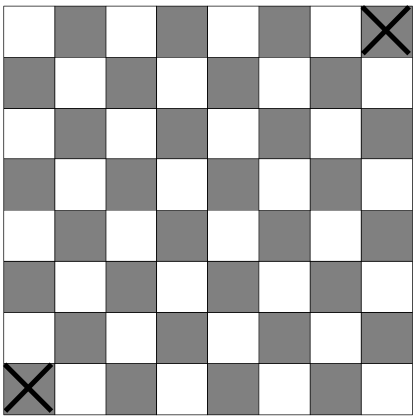


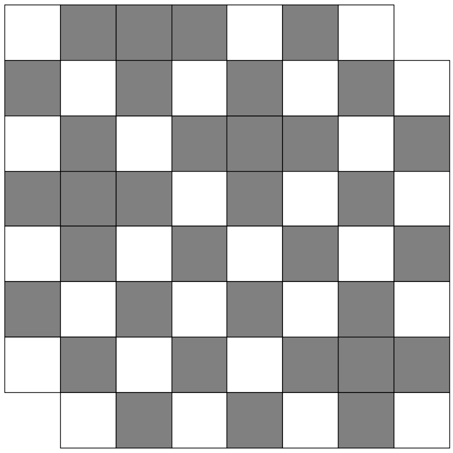
Fig. (a)

Solución:

En un tablero de ajedrez se tapan dos cuadrados de los extremos de una diagonal. Quedan 62 cuadrados, de los cuales 30 son cuadrados negros y 32 blancos. Dichos 62 cuadros pueden ser cubiertos por 31 fichas de dominó. Se pide colocar, si se puede, las fichas de dominó de modo que cubran exactamente los 62 cuadros del tablero.

Si empezamos por colocar fichas por colocar, sin pensar un poco antes, pronto nos encontraremos en un buen lío, porque aquí se puede efectivamente empezar a hacer cosas sin sistema y llegar bastante lejos cubriendo el tablero. Pero nuestros intentos sucesivos van fracasando por lo que debemos analizar detenidamente el conflicto presentado. El tablero es grande, hay muchas posibilidades.

Ahora bien, una ficha de dominó colocada sobre el tablero, de tal forma que cubra dos cuadrados, siempre cubre uno blanco y uno negro independiente de cómo la coloquemos (véase figurita).



Luego, el número de cuadros blancos que cubren 31 fichas, es 31, el igual que el de cuadros negros. Pero nuestro tablero f-g(b) tiene 32 cuadros blancos y 30 negros.
Por lo tanto con 21 fichas es imposible cubrir el tablero (b) pues si la cubriésemos tendría 31 cuadrados blancos y 31 negros y ya antes vimos que tiene 32 blancos y 30 negros. Es decir, no tiene solución el problema tal como se ha implantado. Existen problemas abiertos en matemática, es decir sin resolver. Frente a ello el hecho es que lleguemos a una razón contundente del por qué no se puede.