

INSTITUTO SUPERIOR PEDAGÓGICO
PRIVADO "PAULO VI"

PRFO. ULISES CÓRDOVA GARCÍA

RAZONAMIENTO LÓGICO

TEORÍA DE CONJUNTOS

Noción de conjuntos:

Se entiende por conjunto a toda aquella colección o agrupación o reunión de objetos cualesquiera; a los cuales les llamamos elementos del conjunto.

Ejemplo: El conjunto A esta formado por los elementos

1, 2, 3, m, n

⇒ **Notación:** $A = \{1, 2, 3, m, n\}$

Obs: A un conjunto lo denotamos con una letra mayúscula; y si sus elementos contuvieran letras estos se escribirían en minúsculas.

Determinación de un conjunto:

Consiste en precisar que elementos forman el conjunto. Puede hacerse de 2 maneras:

1. **Por Extensión:** Es cuando se colocan todos los elementos del conjunto.

$A = \{1, 3, 5\}$

$B = \{-1, 1\}$

$C = \{\text{lunes, martes,.....sábado, domingo.}\}$

2. **Por su Comprensión:** Es cuando se coloca una expresión y que indique las características comunes de los elementos

$A = \{x/x \text{ es un número impar, } x < 7\}$

$B = \{x/x^2 - 1 = 0\}$

$C = \{x/x \text{ es un día de la semana}\}$

Ejemplo: Halle por extensión el conjunto M, si:

$M = \{y/ y \text{ es un número par, } 3 < y < 7\}$

⇒ $M = \{4, 6\}$

Relación de Pertenencia: (\in)

Elemento $\xrightarrow{\in}$ conjunto
 \notin

Se dice que un elemento pertenece al conjunto A cuando éste puede visualizarse en A, dado por extensión.

Veamos:

Sea:

$A = \{a, b, c\}$

⇒ $a \in A$: "a pertenece al conjunto A"

⇒ $m \notin A$: "m no pertenece a A"

Cardinal de un Conjunto:

Es el número de elementos diferentes que posee el conjunto considerado.

Se denota como: $n(A) \Rightarrow$ "Cardinal del conjunto A"

- Sea $A = \{x/x \text{ es una estación del año}\}$

$A = \{\text{primavera, verano, otoño, invierno}\}$

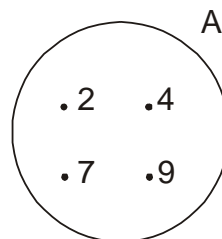
∴ $n(A) = 4$

Diagrama de Ven Euler:

Es la representación gráfica de un conjunto; mediante una figura plana y cerrada, dentro de la cual se encuentran los elementos que conforman el conjunto.

Ej.: Si $A = \{2,4,7,9\}$

⇒



Es un diagrama de Venn-Euler

- **Relación de Inclusión:** (\subset)

Sean los conjuntos A y B:

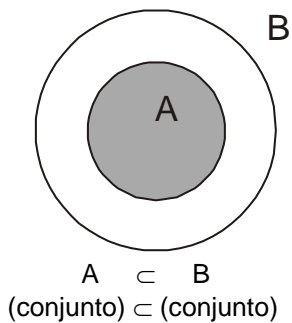
$A \subset B \in$ "A esta incluido en B"

La inclusión se da cuando todos y cada uno de los elementos de A pertenecen a B; pudiendo o no B tener más elementos aparte de estos.

⇒ $A \subset B \leftrightarrow [\forall x \in A \rightarrow x \in B]$

* "Tener en cuenta que se trata de una relación entre conjuntos".

Veamos gráficamente:



Ejem: Sean:

- i) $A = \{x/x \text{ es un arequipeño}\}$
 $B = \{y/y \text{ es un peruano}\}$

$\therefore A \subset B$: "A está incluido en B"

- ii) $M = \{2, 4, 6\}$
 $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$\therefore N \subset M$: "N incluye o contiene a M"

- iii) $P = \{a, b, c, d\}$
 $Q = \{f, g, h, i, j\}$
 $\therefore P \not\subset Q$: "P no está incluido en Q"
 $Q \not\subset P$: "Q no está incluido en P"

Propiedades:

- i) $A \subset a, \cup A$
ii) Si: $A \subset B$ y $B \subset C \Rightarrow A \subset C$
iii) $\phi \subset A; \cup A$

Nota: Tener en cuenta que de acuerdo al número de elementos que posee, puede ser:

a) **Finito:** Si posee una cantidad limitada de elementos. $A = \{1, 2, 3, 4\}$

b) **Infinito:** Si posee una cantidad ilimitada de elementos.

$$B = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

Conjuntos Especiales:

1. Vacío ó Nulo:

Es aquel que carece de elementos.

Notación: $\emptyset, \{\}$

Obs: Se dice que $A = \emptyset$ está incluido en todo conjunto.

Ejemplo: $D = \{x/x \in \mathbb{N} \text{ y } x+5 = 0\}$
 $\Rightarrow D = \emptyset = \{\}$

2. Unitario o Singular:

Es aquel que tiene un sólo elemento.

Ejemplo $A = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge 6 < x < 8\}$
 $\Rightarrow A = \{7\}$

3. Universal:

Es un conjunto referencial para el estudio de una situación particular, que debe de contener a todos los elementos considerados.

Notación: U

Obs: No existe un conjunto universal absoluto.

Ejem: Dados

$$A = \{2, 6, 10, 12\}$$

$$B = \{x+3/ x \text{ es impar} \wedge 0 < x < 10\}$$

\Rightarrow Podrían ser conjuntos universales:

$$u = \{x/x \in \mathbb{N} \wedge x < 13\}$$

$$u = \{0, 2, 4, 6, \dots, 20\}$$

4. Potencia:

Dado el conjunto A, se denomina conjunto potencia de A y denotado por $P(A)$, al conjunto cuyos elementos son todos los subconjuntos de A.

Ejem: Sí: $A = \{2, 5\}$

$$\Rightarrow P(A) = \{\{2\}, \{5\}, \{2, 5\}, \emptyset\}$$

Obs:

i) Número de subconjuntos de A: $n [P(A)] = 2^{n(A)}$

ii) los subconjuntos propios de A son aquellos diferentes de A

EJERCICIOS:

. Dado el conjunto $A = \{2, 6, 7\}$ determinar V ó F según convenga.

- i) $2 \in A$
ii) $7 \notin A$
iii) $\{6\} \subset A$
iv) $\{2, 7\} \in A$

02. Dado el conjunto $B = \{m, t, a, r\}$ Determinar la veracidad o falsedad de las proposiciones.

- I) $\{m\} \subset B$
- ii) $r \in B$
- iii) $\{t\} \in B$
- iv) $\{m, a, r\} \subset B$

03. Dado el conjunto siguiente:
 $A = \{4, \{3\}, [2], 5\}$

Indicar verdadero o falso según corresponda.

- I) $\{3\} \in A$
- ii) $\{4\} \in A$
- iii) $\{4, \{2\}\} \subset A$
- iv) $\{\{2\}\} \subset A$
- v) $n(A) = 4$

04. Indicar por extensión los siguientes conjuntos:

- $A = \{x/x \in \mathbb{N}, 5 < x < 12\}$
- $B = \{x/x \in \mathbb{Z}, 10 < x < 18\}$
- $C = \{x/x \in \mathbb{N}, x < 6\}$
- $D = \{x/x \in \mathbb{N}, x > 10\}$

05. Hallar la suma de elementos de cada conjunto:

- $A = \{x^2 + 3/x \in \mathbb{N}, 5 < x < 10\}$
- $B = \{x^2 + 1/x \in \mathbb{N}, 3 < x < 7\}$
- $C = \{x^2 + 3x + 2/x \in \mathbb{N}, x < 4\}$
- $D = \{(x^4 + 2)/x \in \mathbb{Z}, 2 < x < 5\}$
- $E = \{4x^2 - 3/x \in \mathbb{Z}, -5, x < -1\}$

06. Dado el conjunto $A = \{1, \{1,2\}, 3\}$

Indicar Verdad (V) o falso (F) según corresponda.

- I) $\{1, 2\}$
- ii) $1 \in A$
- iii) $2 \in A$
- iv) $\{2\} \in A$

07. Dado el conjunto:

$A = \{5, \{5\}, 7, \{5, 1\}\}$ Indicar verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

- i) $\{5\} \subset A$
- ii) $\{5, 7\} \subset A$
- iii) $\{5, 1\} \subset A$
- iv) $\{7\} \subset A$

08. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es vacío?

- $A = \{x/x \in \mathbb{N}, 5 < x < 6\}$
- $B = \{x/x \in \mathbb{Q}, 3 < x < 4\}$
- $C = \{x/x \in \mathbb{Z}, -6 < x < -4\}$
- $D = \{x/x \in \mathbb{N}, -6 < x < -4\}$

09. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es unitario?

- $M = \{x/x \in \mathbb{N}, x < 1\}$
- $P = \{x/x \in \mathbb{Z}, x < 1\}$
- $Q = \{x/x \in \mathbb{N}, -2 < x < 0\}$
- $R = \{x/x \in \mathbb{Q}, 5 < x < 7\}$

10. Dados los conjuntos:

- $A = \{x/x \text{ es una vocal la palabra 'mátala'}\}$
- $B = \{x/x \text{ es una vocal de la palabra 'beber'}\}$
- $C = \{x/x \text{ es una vocal de la palabra 'elementos'}\}$
- $D = \{e, o\}$

Indicar verdadero (V) o falso(F):

- i) A es un conjunto unitario
- ii) B es un conjunto vacío
- iii) B es un subconjunto de C
- iv) C y D son conjuntos iguales

11. Dados los conjuntos:

- $U = \{x/x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 10\}$
- $A = \{x^2/x \in \mathbb{N}, x < 5\}$
- $B = \{x+5/x \in \mathbb{N}, 3 < x < 7\}$
- $C = \{x^2 + 1/x \in \mathbb{N}, x < 4\}$

Además U: universo

Hallar el cardinal de AB y C.

Cuántos elementos tiene el conjunto potencia de A?

Si $A = \{0, \{1\}, 1\}$

13. Sean los conjuntos iguales

- $A = \{a^2 + 1, 7\}$
- $B = \{a + b, 10\}$

Y el conjunto unitario:

$C = \{a^2 - 1, 8\}$

Si A es primo Hallar $A \times B$

14. El conjunto:

$A = \{x/x = 2x^3/(21 - x), x \in \mathbb{N}\}$
 Hallar la suma de elementos de A.

15. Sabiendo que el siguiente conjunto es unitario:

$A = \{a + b, a + 2b - 3, 12\}$
 calcular $a^2 + b^2$

16. ¿Cuántos subconjuntos propios tienen el conjunto A?

Si:

$A = \{x/x \in \mathbb{N}, -5 < 3x - 2 < 10\}$

17. Dados los conjuntos:
 $A = \{x - 2/x \text{ es impar}, 3 < x < 11\}$
 $B = \{x + 1/x \in \mathbb{Z}, -4 < x < 3\}$
 calcular $n(A) - n(B)$

18. Si los conjuntos:

$$A = \{b + 1, 12\} \text{ y}$$

$$B = \{b + 3, a\}$$

Son iguales, Halle: $a + b$

19. Sea el conjunto A:

$$A = \{1, 2, 1, 2, \dots, \{3\}, 1\}$$

Hallar el número de subconjuntos propios de A:

20. Si el conjunto

$$A = \{m + 3, 8, n + m\} \text{ es unitario, halle } m - n:$$

Operaciones entre Conjuntos:

01. **Unión o Reunión (U):** Dados 2 conjuntos A y B, se llama unión al conjunto formado por los elementos que pertenecen a A o a B o a ambos a la vez.

Notación: $A \cup B = \{x/x \in A \vee x \in B\}$

Ejem: Sean los conjuntos:

$$A = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 7, 8\}$$

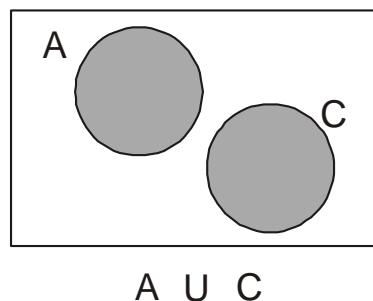
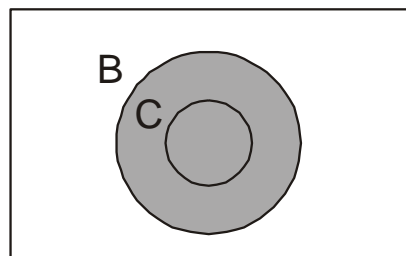
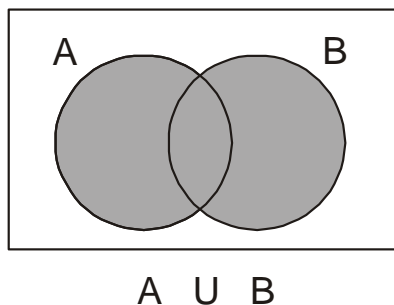
$$C = \{4, 7, 8\}$$

$$\Rightarrow A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$$

$$B \cup C = \{2, 4, 6, 7, 8\}$$

$$A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8\}$$

Gráficamente:



Propiedades: Los más importantes son:

- 1) $A \cup B = B \cup A$ (conmutativa)
- 2) $A \cup A = A$ (Idempotente)
- 3) $A \cup \emptyset = A$
- 4) $A \cup U = U$; U : universo

02. **Intersección (∩):** Dados los conjuntos A y B, se llama intersección al conjunto formado por los elementos que pertenecen a A y B a la vez; es decir es el conjunto formado por los elementos comunes a A y B

Notación:

$A \cap B = \{x/x \in A \wedge x \in B\}$

Ej.: Sean los conjuntos:

$$A = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 7, 8\}$$

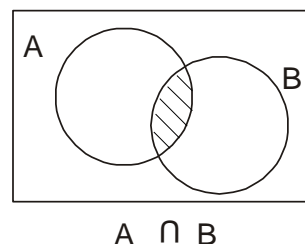
$$C = \{4, 7, 8\}$$

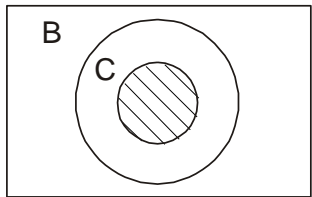
$$\Rightarrow A \cap B = \{2, 6\}$$

$$A \cap C = \{ \}$$

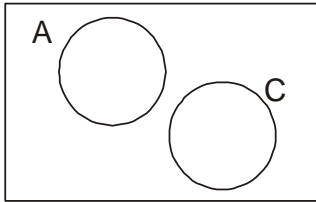
$$B \cap C = \{4, 7, 8\}$$

Gráficamente





$$B \cap C$$



$$A \cap C$$

Propiedades:

- i) $A \cap B = B \cap A$
- ii) $A \cap A = A$
- iii) $A \cap \emptyset = \emptyset$
- iv) $A \cap U = A$; U: universo

03. Diferencia (-): Dados 2 conjuntos A y B, se llama diferencia de A y B, al conjunto formado por todos los elementos de A y que no pertenecen a B; es decir, es el conjunto formado por los elementos que pertenecen exclusivamente a A.

Notación:

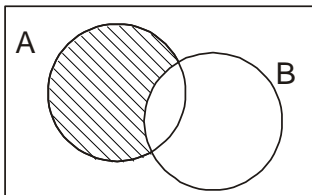
$$A - B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$$

Ejm: Sean los conjuntos:

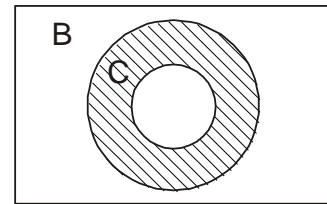
- A = {1, 2, 3, 6}
- B = {2, 4, 6, 7, 8}
- C = {4, 7, 8}

- $\Rightarrow A - B = \{1, 3\}$
- $B - C = \{2, 6\}$
- $A - C = \{1, 2, 3, 6\}$

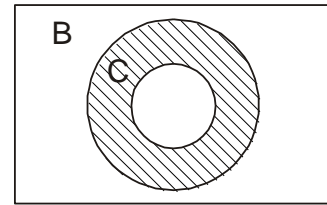
Gráficamente:



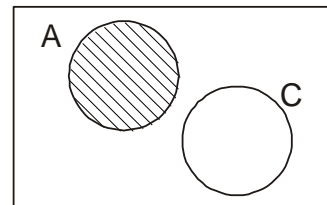
$$A - B$$



$$B - C$$



$$B - C$$



$$A - C$$

Propiedades:

- i) $A - A = \emptyset$
- ii) $A - \emptyset = A$
- iii) $\emptyset - A = \emptyset$
- iv) $A - B \neq B - A$

04. Complemento de un conjunto (C(A), A'):

Dado un conjunto A que está incluido en el universo U, se denomina complemento del conjunto A, a todos los elementos que estén fuera de A, pero dentro del universo.

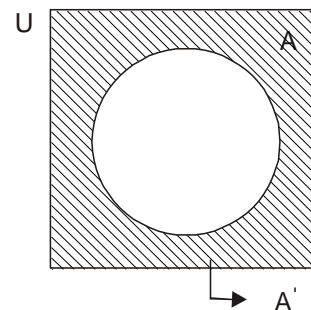
Notación:

$$A' = \{x/x \in U \wedge x \notin A\}$$

Ejem: Sean:

- U = {1, 2, 3,, 7, 8}
- A = {1, 3, 4, 7, 8}
- A' = {2, 5, 6}

Gráficamente:

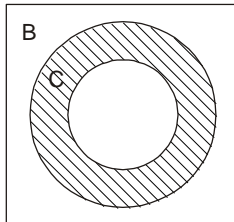


Propiedades:

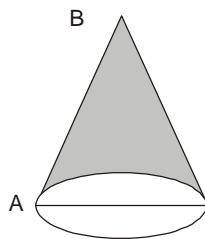
- i) $(A')' = A$
- ii) $\emptyset' = U$
- iii) $U' = \emptyset$
- iv) $A \cup A' = U$
- v) $A \cap A' = \emptyset$

EJERCICIOS:

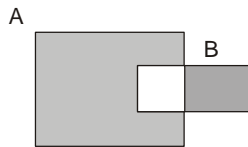
1. Ubicar la zona Sombreada



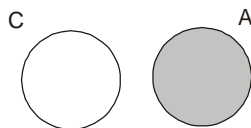
02. Ubicar la zona sombreada



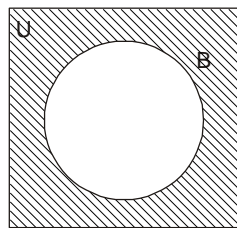
03. Ubicar la zona sombreada



04. Ubicar la zona sombreada



05. Ubicar la zona sombreada



06 Dados los conjuntos:

- $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 10\}$
- $B = \{5, 6, 8, 10\}$
- $C = \{2, 3, 4, 5, 6\}$
- $D = \{1, 2, 5, 8\}$

Hallar : $(A \cap B') \cup (B \cup C)'$

Rpta.:

07. Sí:

- $A = \{x/x \in \mathbb{N}, 5 < x < 10\}$
- $B = \{x/x \in \mathbb{N}, 2 < x < 9\}$

Hallar $A \cap B$

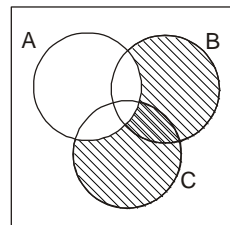
Rpta.:

08. Sí:

- $M = \{x/x \in \mathbb{Z}, -6 < x < -1\}$
- $N = \{-x/x \in \mathbb{Z}, 2 < x < 8\}$
- $Q = \{x/x \in \mathbb{Z}, x < 10\}$

Hallar $(M \cap Q) - (N \cap Q)$

09. ¿Qué operación representa la zona sombreada?



10. Ricardo comió huevos o frutas en el desayuno todas las mañanas en el mes de diciembre. Si 17 mañanas comió huevos y 27 mañanas comió fruta. ¿Cuántas mañanas comió ambas cosas?

11. De 100 personas que leen por lo menos 2 ó 3 diarios, notamos que 55 leen el comercio y expreso, 35 leen expreso y extra y 60 leen el comercio y extra. ¿Cuántas personas leen los 3 diarios?

12. De 120 amigos que tengo 92 juegan ajedrez y 32 juegan nintendo. ¿Cuántos juegan ambas cosas a la vez?. Si cada uno de éstos juega por lo menos alguno de éstos.

13. En la sección de 3 "B" hay 23 alumnos, de los cuales 10 gustan del curso de sociales y 16 gustan del curso de inglés, si todos gustan de al menos uno. ¿Cuántos gustan a la vez de los 2?

14. En una industria de 80 personas: 47 tienen refrigeradora, 56 tienen computadora y 5 no tienen ninguno de los 2 artefactos. ¿Cuántas personas tienen solo computadora?

15. En un salón de 40 alumnos se tomaron 2 exámenes: X, F, se sabe que 14 alumnos aprobaron solo X y 8 aprobaron ningún curso. ¿Cuántos aprobaron ambos cursos?

16. En una encuesta realizada a 120 personas, sobre los diarios que leen se encontró que: 47 personas leen Expreso, 72 leen El Comercio y 27 leen otros diarios. ¿Cuántas personas leen El Comercio y el Expreso?. Si todos leen al menos 2 periódicos.

17. En una academia deportiva obtuvo la siguiente información sobre los 108 alumnos matriculados en el ciclo de verano:

- 45 se matricularon en fútbol
- 36 se matricularon en basket
- 38 se matricularon en natación
- 19 se matricularon en basket y fútbol
- 15 se matricularon en fútbol y natación
- 14 se matricularon en basket y natación
- 9 se matricularon en los 3 cursos

a ¿cuántos alumnos se les vio matriculados en otros cursos?

18. De un grupo de 150 turistas que regresaban a su país de origen, se obtuvo:

- 75 visitaron Cuzco
- 59 visitaron Iquitos
- 48 visitaron Huaraz
- 18 visitaron solo Cuzco e Iquitos
- 9 visitaron solo Cuzco y Huaraz
- 21 visitaron solo Huaraz
- 25 visitaron otras ciudades

¿Cuántos visitaron solo una de las ciudades mencionadas?

19. De la pregunta anterior:
¿Cuántos visitaron Iquitos o Huaraz pero no ambas ciudades?

20. Si se sabe que $A \subset B$, además:

$$\begin{aligned}n(A \cap B) &= 6 \\n(B \cap C) &= 20 \\n(B) &= 28 \\n(A - B) &= 13 \\n(A \cup B) &= 60\end{aligned}$$

Hallar $n(A)$; $n[C-B]$

ESTADÍSTICA CONCEPTOS BÁSICOS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

1. CONCEPTO

La estadística es una metodología que nos provee de un conjunto de métodos, pautas y procedimientos, para la recolección, organización (clasificación), análisis e interpretación de datos en forma adecuada, para en base de ellos, tomar decisiones cuando existen situaciones de incertidumbre.

Ejemplo:

- ✳ Estudiar la variación mensual del precio del dólar durante los últimos 5 años, para averiguar qué mes del año es el más favorable para comprar dólares.
- ✳ El grado de aceptación de un producto por los consumidores para averiguar la rentabilidad de un negocio dedicado a tal producto.

2. CLASES DE ESTADÍSTICA

- ▶ Descriptiva
- ▶ Inferencial

2.1. Estadística Descriptiva

Parte de la estadística que se ocupa de la recolección, organización, presentación, descripción y simplificación de datos.

2.2. Estadística Inferencial

Es la parte de la estadística, que en base a los resultados y análisis de los datos aplicando las teorías necesarias, pretende inferir las peculiaridades y las leyes que gobiernan la población de la cual proceden los datos.

3. CONCEPTO BÁSICOS

3.1. Población

Conjunto de todos los individuos en las cuales se presentan una característica que se tiene interés en estudiar.

3.2. Muestra

Es un **subconjunto de la población**, elegido convenientemente con el propósito de obtener información y conclusiones de la población del cual proviene.

Se toman muestras cuando es difícil o costosa la observación de todos los elementos de la población.

4. VARIABLE ESTADÍSTICA

Una variable es un símbolo que **representa** a uno de los elementos de un conjunto de datos.

Ejemplo:

Sea "x" la variable "estatura" de los alumnos de 4to. de secundaria entonces "x" puede tomar los valores siguientes:

$$\begin{array}{ll} x_1 = 1,68 \text{ mts.} & x_2 = 1,66 \text{ mts.} \\ x_3 = 1,52 \text{ mts.} & x_4 = 1,85 \text{ mts.} \end{array}$$

5. CLASIFICACIÓN DE VARIABLES

5.1. Variable Cualitativa

Cuando presenta una cualidad o atributo de la población.

Ejemplo:

- Estadio civil

5.2. Variable Cuantitativa

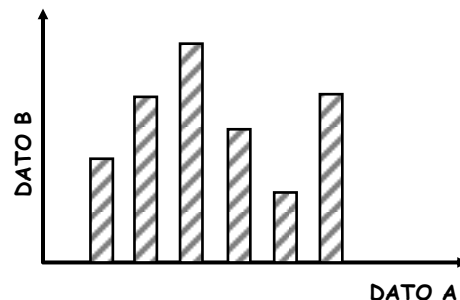
Cuando los valores que asume son números, como resultado de conteos.

Ejemplo:

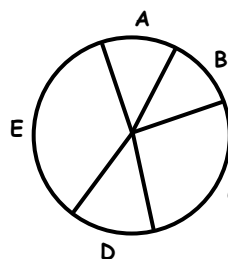
Peso, edad, estatura, etc.

6. DIAGRAMAS

6.1. Diagrama de Barras



6.2. Diagrama de Sectores



7. MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL: O PROMEDIOS

Existen diferentes tipos de promedios, entre ellos los más usuales son:

- La media aritmética o media.
- La mediana.
- La moda.
- La media geométrica.
- La media cuadrática.
- La media armónica.

7.1. Para datos sueltos:

Sean los siguientes datos:

$$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$$

A. MEDIA ARITMÉTICA \bar{x} (m.a)

$$\bar{x} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

Ejemplo:

Dados los siguientes datos:

4, 12, 5, 7, 8, 6

Hallar la media aritmética.

Solución:

$$\bar{x} = \frac{4 + 12 + 5 + 7 + 8 + 6}{6} = 8,4$$

$$\bar{x} = 8,4$$

B. MEDIANA (Me)

La mediana de un conjunto de datos ordenados en forma creciente o decreciente es la cantidad que divide a los datos en dos grupos de igual número de elementos.

Caso 1: $n = \text{impar} \Rightarrow$ término central

Caso 2: $n = \text{par} \Rightarrow$ semisuma de los dos términos centrales

Ejemplo 1 :

Considérense las siguientes 6 datos de medida de pesos.

3,8 kg, 4, 6; 5,2; 9,0; 8,4; 3,6

Solución:

Ordenando los datos:

3,6; 3,8; 4,6; 5,2; 8,4; 9,0

$n = 6 \Rightarrow n : \text{par}$

Me = Enésima t_3 y t_4

$$Me = \frac{4,6 + 5,2}{2} = \frac{9,8}{2}$$

Me = 4,9

Ejemplo 2 :

Considere los siguientes 7 datos de notas de los alumnos del 4to. año 08, 09, 12, 05, 14, 06, 08.

Solución:

Ordenando los datos:

0,5, 06, 08, 08, 09, 12, 14

Luego $n = 7$; $n = \text{impar}$

Me = Término central

Me = 08

C. MODA (Mo)

Es un rango de la variable que se repite con mayor número de veces en la distribución.

Ejemplo:

Consideremos los siguientes datos:

10, 13, 11, 8, 9, 10, 13, 8, 10, 14, 11, 12

Solución:

Ordenando los datos:

8, 8, 9, 10, 10, 10, 11, 11, 12, 13, 13, 14

notamos que el dato con mayor repetición es 10.

$\therefore Mo = 10$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN:

1. De los siguientes datos:

8, 12, 15, 15, 13, 21, 24, 36.

Hallar su \bar{x}

- a) 16 b) 18 c) 20
d) 22 e) 24

2. De los siguientes datos:

1.20; 1.22; 1.20; 1.18; 1.35

Hallar su \bar{x}

- a) 1.20 b) 1.21 c) 1.22
d) 1.23 e) 1.25

3. En la última práctica calificada de aritmética se obtuvieron las siguientes metas de 5 alumnos.

08, 12, 14, 06, 20

Hallar Me respectivamente.

- a) 8 b) 6 c) 12
d) 14 e) 20

4. En el último examen se obtuvieron las siguientes notas de 8 alumnos: 12, 14, 16, 12, 14, 08, 05, 03. Hallar Me respectivamente.

- a) 8 b) 12 c) 12,5
d) 14 e) 14,5

5. De los siguientes datos hallar la moda:

6, 8, 4, 6, 6, 8, 4, 12, 13, 4, 6

- a) 4 b) 6 c) 8
d) 12 e) 13

6. De los siguientes datos halla la mediana:

14, 16, 25, 36, 18, 12, 11, 16, 14

- a) 12 b) 11 c) 14
d) 16 e) 25

7. De los siguientes datos no agrupados hallar la media aritmética:

26, 34, 24, 16, 14, 12, 16, 18

- a) 26 b) 34 c) 20
d) 12 e) 18

8. Las edades de los 10 alumnos de 4to. año son los siguientes: 14, 15, 16, 14, 15, 15, 16, 14, 14, 14

Hallar: \bar{x} , Mo, Me. Dar como respuesta la suma de ellos.

- a) 14 b) 14,5 c) 14,7
d) 28,5 e) 43,2

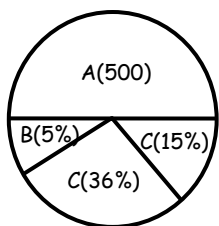
9. Sobre una población de 1000 habitantes se extrajeron los siguientes datos:

- 10% lee periódicos solamente
- 20% lee revistas solamente
- 30% ve televisión solamente
- 40% escucha música

¿Qué cantidad de habitantes lee televisión solamente?

- a) 100 b) 200 c) 300
d) 400 e) 600

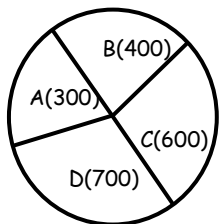
10. Del siguiente gráfico:



Indique que porcentaje corresponde al sector A.

- a) 20% b) 30 c) 40
d) 50 e) 100

11. Del gráfico siguiente:



Indique que porcentaje corresponde al sector B.

- a) 10% b) 20 c) 30
d) 40 e) 60

12. Del problema "10" de la diferencia (en porcentaje) de los sectores B y C.

- a) 10% b) 15 c) 20

- d) 25 e) 30

13. Del problema "11" de la diferencia (en porcentaje) de los sectores B y C es:

- a) 10% b) 20 c) 30
d) 40 e) 60

14. Del problema "11" indicar la suma de los sectores A, B y C en porcentaje.

- a) 25% b) 35 c) 55
d) 65 e) 75

15. Del problema "11" indicar que sector posee mayor porcentaje.

- a) A b) B c) C
d) D e) A y B

MÁS EJERCICIOS:

1. Indicar la " \bar{x} " de los siguientes datos: 6, 8, 14, 16, 18, 9, 6

- a) 10 b) 11 c) 12
d) 13 e) 14

2. Indicar la "Me" de los siguientes datos: 12, 14, 16, 17, 14, 14, 14, 14, 16, 13, 11, 11

- a) 13 b) 14 c) 16
d) 17 e) 13

3. Del problema "2" indicar la "Mo"

- a) 12 b) 14 c) 16
d) 17 e) 13

4. Dados los siguientes datos de las edades de 10 profesores de ciencias:

22, 25, 23, 36, 32, 36, 23, 23, 23, 25
Dar la "Mo"

- a) 22 b) 23 c) 24
d) 25 e) 28

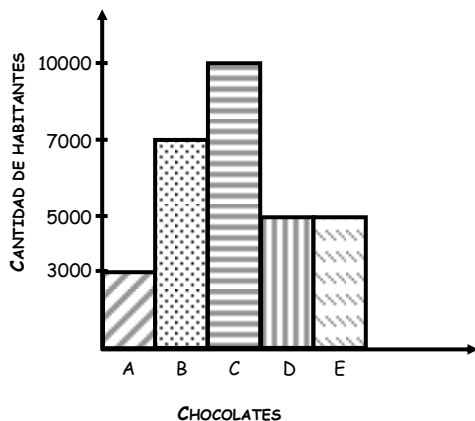
5. Del problema anterior hallar la "me"

- a) 26 b) 26,2 c) 26,4
d) 26,6 e) 26,8

6. Del problema "4" dar la " \bar{x} "

- a) 26 b) 26,2 c) 26,4
d) 26,6 e) 26,8

- ▶ El siguiente es el gráfico de barra de una encuesta sobre chocolate en la ciudad “QUA”



- ¿Cuál es el total de la muestra?
 - 10 000
 - 15 000
 - 20 000
 - 25 000
 - 30 000
- ¿Cuántos habitantes prefieren el chocolate?
 - 3000
 - 5000
 - 8000
 - 7000
 - 10 000
- ¿Cuántos habitantes prefieren el chocolate C?
 - 10 000
 - 5000
 - 3000
 - 2000
 - 1000
- ¿Cuál es el chocolate preferido en la ciudad “QUA”?
 - A
 - B
 - C
 - D
 - E
- ¿A cuánto asciende (en porcentaje) la cantidad de habitantes que prefieren el chocolate “A” en la ciudad “QUA”?
 - 10%
 - 20
 - 30
 - 40
 - 50

7.2. Para datos agrupados:

Veamos previamente algunas definiciones:

- ▶ **Tamaño de muestra (n)**
Número total de datos
- ▶ **Alcances (A)**
Intervalo definido por los datos de menor y mayor valor.

- ▶ **Rango (R)**

También llamado “recorrido de los datos” **es la diferencia entre el mayor y el menor** de los valores que toma la variable.

- ▶ **Frecuencia absoluta (fi)**

Se llama frecuencia absoluta de un valor de variable, **al número de veces que se repite** dicho valor en el **conjunto de datos**.

- ▶ **Frecuencia absoluta acumulada (Fi)**

Es la suma de las frecuencias relativas correspondientes a los datos menores e iguales al dato en referencia.

- ▶ **Frecuencia Relativa (hi)**

La frecuencia relativa de un valor, es el cociente de su frecuencia absoluta entre el tamaño de la muestra.

$$h_i = \frac{f_i}{n}$$

- ▶ **Frecuencia Relativa Acumulada (Hi)**

La frecuencia relativa acumulada de un dato, es el cociente de su frecuencia absoluta acumulada entre el tamaño de la muestra

$$H_i = \frac{F_i}{n}$$

Ejemplo:

Edades	\bar{x}	fi	Fi	hi	Hi
[10 – 15>	12,5	8	8	0.16	0.16
[15 – 20>	17,5	12	20	0.24	0.40
[20 – 25>	22,5	2	22	0.04	0.44
[25 – 30>	27,5	3	25	0	0.50
[30 – 35>	32,5	10	35	0.20	0.70
[35 – 40>	37,5	5	40	0.10	0.80
[40 – 45>	42,5	10	50	0.20	1.00
		50		1.00	

EJERCICIOS:

- El siguiente es la tabla de salarios de los empleados de una empresa (en soles)

Sueldos	\bar{x}	fi	Fi	hi	Hi
[0 – 250>	125	20	20	0.20	0.20
[250 - 500>	375	15	35	0.15	0.35
[500 – 750>	625	30	65	0.30	0.65
[750 – 1000>	875	5	70	0.05	0.70
[1000 – 1250>	1125	20	90	0.20	0.90
[1250 – 1500>	1375	10	100	0.10	1.00
		100		1.00	

- ¿Cuántos empleados ganan entre 750 y 1000 soles?
a) 5 b) 20 c) 10
d) 30 e) 15
- ¿Cuántos empleados ganan entre 500 y 1500 soles?
a) 5 b) 30 c) 20
d) 10 e) 65
- ¿La encuesta fue realizada sobre que cantidad de personas?
a) 5 b) 10 c) 20
d) 50 e) 100
- ¿Cuántos empleados ganan menos de 1000 soles?
a) 20 b) 35 c) 65
d) 70 e) 90
- ¿Cuántos empleados ganan igual o más de 1000 soles?
a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 50

- Dada la siguiente tabla:

Estatura	\bar{x}	Fi	Fi	hi	Hi
1.00 – 1.20	1.10	20		0.20	
1.20 – 1.40	1.30				0.25
1.40 – 1.60	1.50		80		
1.60 – 1.80	1.70			0.25	
1.80 – 2.00	1.90				

Completar los datos de estatura de los alumnos de 4to. año.

- ¿Cuántos alumnos miden menos de 1.40 mts.?
a) 20 b) 30 c) 40
d) 50 e) 100
- ¿Cuál es el valor de $H_3 + H_4$?
a) 1.00 b) 1.05 c) 1.10
d) 1.20 e) 1.25
- De la tabla diga Ud. ¿Cuántos alumnos tuvo la muestra?
a) 50 b) 100 c) 200
d) 250 e) 500
- ¿Cuántos alumnos miden menos de 1.80 mts.?
a) 20 b) 50 c) 80
d) 130 e) 200
- ¿Cuál es la frecuencia absoluta de los alumnos que miden entre 1.40 y 1.60 mts.?
a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 100
- Hallar: $E = h_2 + h_3 + h_5$
a) 0.10 b) 0.15 c) 0.30
d) 0.65 e) 0.90
- Hallar: $J = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_3}$
a) 10 b) 20 c) 30
d) 40 e) 50

13. Hallar: $P = (H_4 + H_2) (f_4 - f_2)$

- a) 15 b) 18 c) 20
d) 25 e) 50

14. Diga Ud. ¿Cuál es la cantidad de alumnos cuya estatura es menor a 1.60 mts.?

- a) 20 b) 30 c) 50
d) 80 e) 60

15. ¿Cuál es la frecuencia relativa acumulada de los alumnos cuya estatura es menor a 1.80 mts.?

- a) 0.65 b) 0.40 c) 0.25
d) 0.10 e) 0.80

EJERCICIOS:

► Completa el siguiente esquema y luego contesta las preguntas:

Salario	\bar{x}	fi	Fi	hi	Hi
0 – 400	200	25			
400 – 800	600		40		0.40
800 – 1200	1000			0.15	
1200 - 1600	1400		0.80		0.80
1600 - 2000	1800	20			

1. ¿Cuántos empleados ganan igual o más a 800 soles?

- a) 30 b) 40 c) 60
d) 80 e) 90

2. ¿Cuántos empleados ganan menos de 800 soles?

- a) 25 b) 35 c) 40
d) 50 e) 80

3. ¿Cuántos empleados ganan entre 800 y 1200?

- a) 15 b) 25 c) 35
d) 40 e) 80

4. ¿Cuál es la frecuencia relativa acumulada de los trabajadores que ganan hasta 1200 soles?

- a) 0.25 b) 0.35 c) 0.45
d) 0.55 e) 0.85

5. Calcular: $E = f_2 + f_3 - f_5$

- a) 15 b) 20 c) 10
d) 30 e) 50

6. Calcular: $G = H_1 + H_4 - H_2$

- a) 0.55 b) 0.65 c) 0.35
d) 0.95 e) 1.10

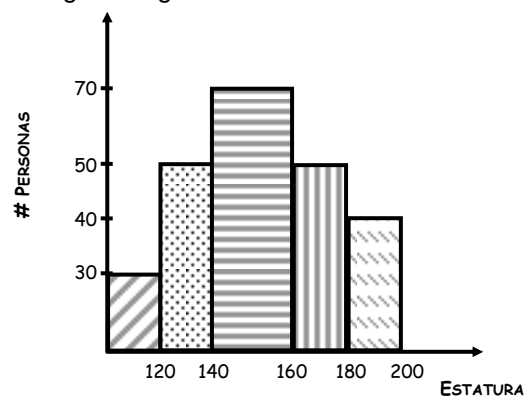
7. ¿Cuál es la cantidad total de empleados?

- a) 10 b) 20 c) 30
d) 80 e) 100

8. Calcular: $Z = H_4 + H_5 - H_2$

- a) 20 b) 40 c) 60
d) 80 e) 10

► Del siguiente gráfico calcular:



9. ¿Cuántas personas miden más de 1.20 mts.?

- a) 30 b) 40 c) 50
d) 70 e) 100

10. ¿Cuántas personas miden entre 1.20 – 1.40 mts.?

- a) 30 b) 40 c) 50
d) 60 e) 100

11. ¿Cuántas personas miden entre 1.40 – 1.80?

- a) 100 b) 120 c) 70
d) 50 e) 30

12. ¿Cuál es el número de personas que miden entre 1.60 – 2.00 mts.?

- a) 40 b) 50 c) 60
d) 90 e) 100

13. ¿Cuál es el total de personas?

- a) 200 b) 220 c) 240
d) 280 e) 300

14. ¿Cuántos personas miden más de 1.20 mts.?

- a) 200 b) 210 c) 230
d) 250 e) 240

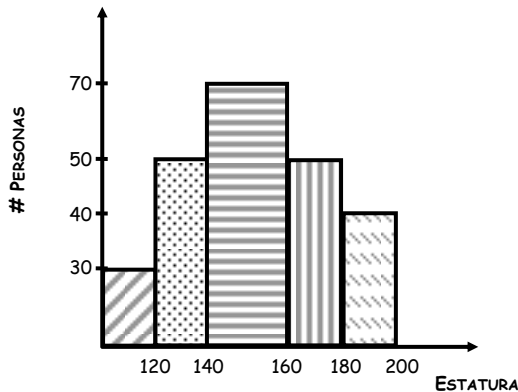
15. ¿Cuántas personas miden entre 1.40 y 2.00

- a) 40 b) 50 c) 70
d) 120 e) 160

16. Calcular: $Z = H_4 + H_5 - H_2$

- a) 20 b) 40 c) 60
d) 80 e) 10

► Del siguiente gráfico calcular:



17. ¿Cuántas personas miden más de 1.20 mts.?

- a) 30 b) 40 c) 50
d) 70 e) 100

18. ¿Cuántas personas miden entre 1.20 – 1.40 mts.?

- a) 30 b) 40 c) 50
d) 60 e) 100

19. ¿Cuántas personas miden entre 1.40 – 1.80?

- a) 100 b) 120 c) 70
d) 50 e) 30

20. ¿Cuál es el número de personas que miden entre 1.60 – 2.00 mts.?

- a) 40 b) 50 c) 60
d) 90 e) 100

21. ¿Cuál es el total de personas?

- a) 200 b) 220 c) 240
d) 280 e) 300

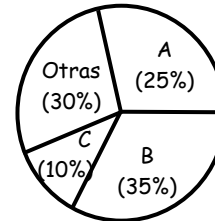
22. ¿Cuántos personas miden más de 1.20 mts.?

- a) 200 b) 210 c) 230
d) 250 e) 240

23. ¿Cuántas personas miden entre 1.40 y 2.00

- a) 40 b) 50 c) 70
d) 120 e) 160

► El siguiente gráfico muestra la preferencia del público hacia un candidato en las “Elecciones 2006” (n = 10 000)



1. ¿Qué cantidad de votantes se inclinan por el candidato “A”?

- a) 10% b) 25 c) 30
d) 35 e) 60

2. ¿El candidato “B” pose un % de aceptación de?

- a) 25 b) 35 c) 60
d) 10 e) 30

3. Del gráfico, se resuelve que el candidato favorito es:

- a) A b) B c) C
d) D e) Otros

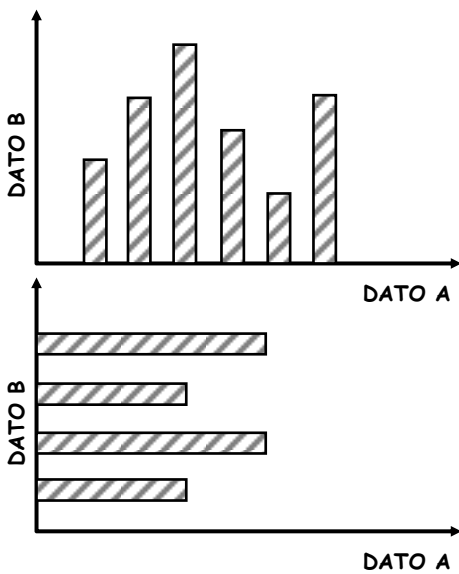
4. ¿Cuál es la cantidad de votantes que se indican por otros candidatos?

- a) 10% b) 25 c) 35
d) 30 e) N.A.

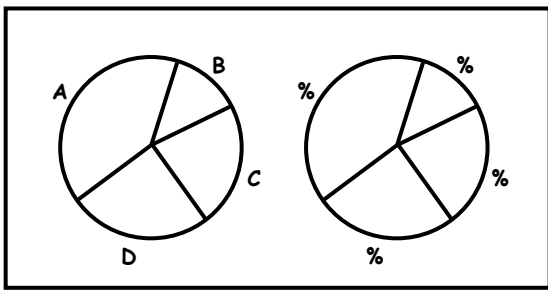
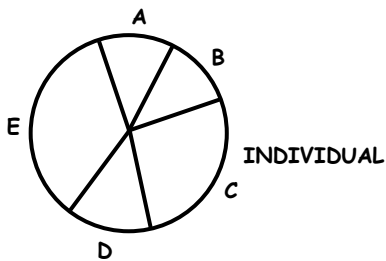
En los periódicos y en la televisión habrás visto si eres observador, que se ofrece información acerca de hechos; fenómenos o actividades mediante cuadros o tablas y gráficos.

A continuación vamos a considerar como se representa e interpreta la información obtendrá como resultado de observar un fenómeno o actividad.

I. DIAGRAMAS DE BARRAS

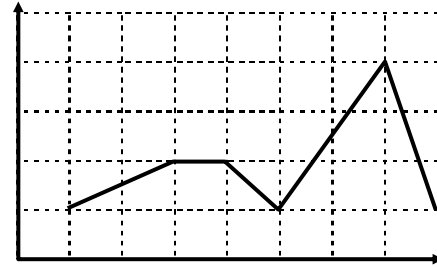


II. GRÁFICO DE SECTORES



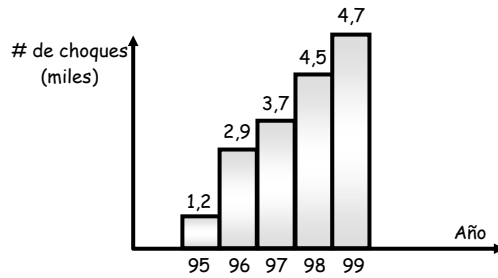
PARALELO

POLÍGONOS DE FRECUENCIAS



EJERCICIOS:

► En el siguiente gráfico se muestra el número de choques ocurridos en cinco años consecutivos.



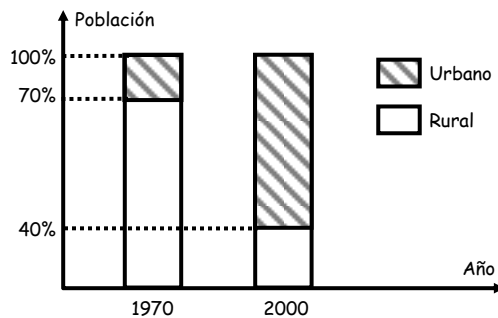
1. Promedios de choques en los cinco años:

- a) 3200
- b) 3800
- c) 3700
- d) 3600
- e) 3400

2. Variación porcentual entre el primer y quinto año (aprox.)

- a) 92%
- b) 392%
- c) 292%
- d) 192%
- e) 302%

► En el siguiente gráfico se muestra la población urbana y rural dada en los años 1970 y 2000.



Población:

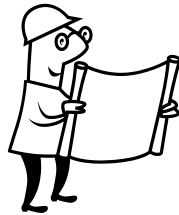
En 1970: 6 000 000 habitantes
 En 2000: 11 000 000 habitantes

3. ¿Cuál fue la variación de la población del año 1970 al año 2000?

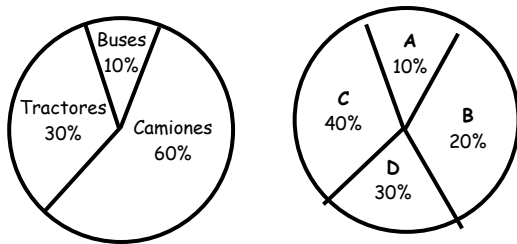
- a) 57% b) 64,3% c) 70,3%
 d) 83,33% e) 57,3%

4. ¿En cuánto disminuye o aumenta la población rural del año 2000 con respecto al año 1970?

- a) Aumenta en 4,76%
 b) Aumenta en 30%
 c) Disminuye en 20%
 d) Disminuye en 4,76%
 e) Disminuye en 3,5%



► En una fábrica de un total de 200 vehículos se tiene que:



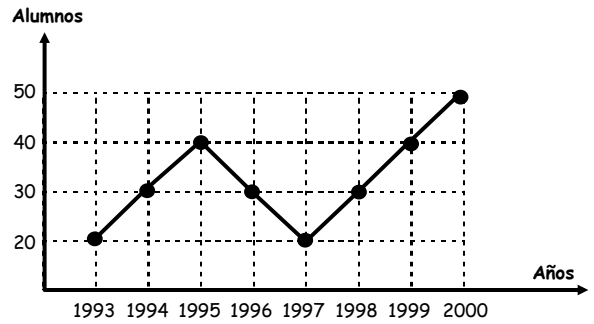
5. ¿Cuántos vehículos corresponden a tractores del grupo B?

- a) 6 b) 8 c) 10
 d) 4 e) 12

6. Indicar cuales con correctas:

- i. El número de camiones es igual al número de tractores de tipo B y D juntos.
 ii. El número de buses es igual que el número de tractores del tipo A.
 iii. El número de buses es mayor que los tractores del tipo A.

- a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
 d) I y II e) I y III



7. Señalar lo verdadero:

- i. La cantidad de alumnos del periodo 1993-95 es mayor el periodo 1995-97.
 ii. La cantidad de alumnos del periodo 1997 – 2000 es menor al del periodo 1993-96.
 iii. Si la razón permanece constante desde el periodo 1997 se espera para el 2005, 100 alumnos.

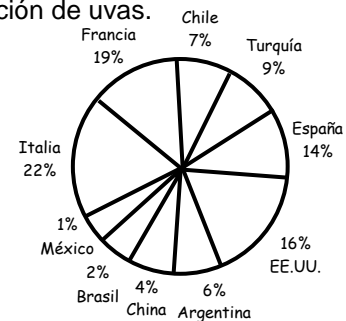
- a) VFV b) FVF c) FFF
 d) VVF e) FFV

8. ¿Cuáles son verdaderas?

- i. La línea trazada de 30 representa el promedio.
 ii. Si a un profesor se les paga S/. 2000 por año y cada alumno paga S/. 100, el 61,5% de lo recaudado es destinado a la paga de la plana docente.
 iii. Si la línea desde 1997 sigue su curso entonces los inscritos en el 2005 serán 100.

- a) I y II b) I y III c) II y III
 d) III e) Todas

► El siguiente gráfico corresponde a la producción de uvas.



9. Determinar si es verdadera:
- La suma de Turquía y España es mayor que Italia.
 - México es el doble de Brasil.
 - EE.UU. y Chile es mayor que Argentina y Francia.
 - China es el doble de Chile.
 - N.A.

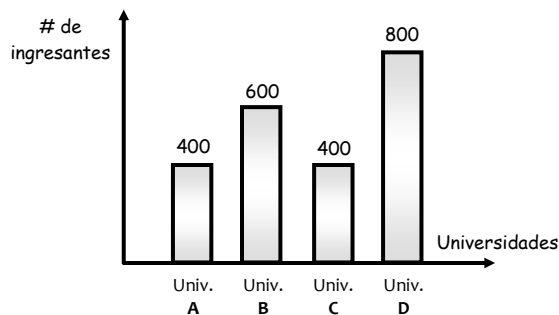
10. ¿Cuántas combinaciones de 3 países producen más de 50%?

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

11. ¿Cuántos países producen menos del promedio?

- 5
- 6
- 9
- 7
- 8

► Del gráfico:



12. ¿Cuál es la menor relación entre ingresantes y postulantes de una universidad?

- 1/2
- 2/3
- 5/8
- 1/3
- 3/8

13.

- La suma de los postulantes de A y B es mayor que los 2/3 del número total de postulantes.
- En C el número de postulantes es igual al número de ingresantes.
- El número de postulantes en "B" es igual a 6000.

Son correctas:

- Solo I y II
- Solo II y III
- Solo I y III
- Solo II
- Solo III

14. Si en el año 2001 se incrementa en 25% el número de postulantes y el número de ingresantes aumenta en 1000 en cada

universidad. ¿Cuál es la relación entre los postulantes y los ingresantes?

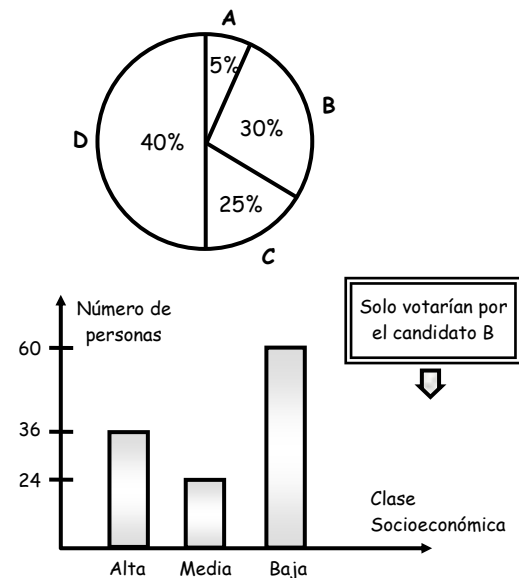
- 8/15
- 13/25
- 23/25
- 13/15
- 12/25

15. Hallar la relación del número de ingresantes de las universidades A y C con B y D.

- 4/7
- 2/3
- 5/9
- 2/11
- N.A.

EJERCICIOS

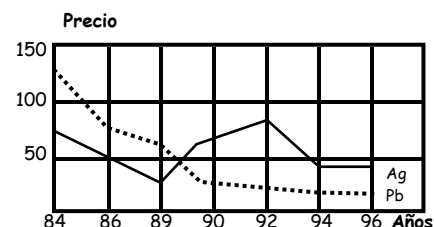
- Para las próximas elecciones se ha realizado una encuesta para saber la opción de voto de las personas, de las cuales los que votan por B se dividen en tres clases socioeconómicas.



¿Qué porcentaje del total representan los que votaron por "B" en clase media?

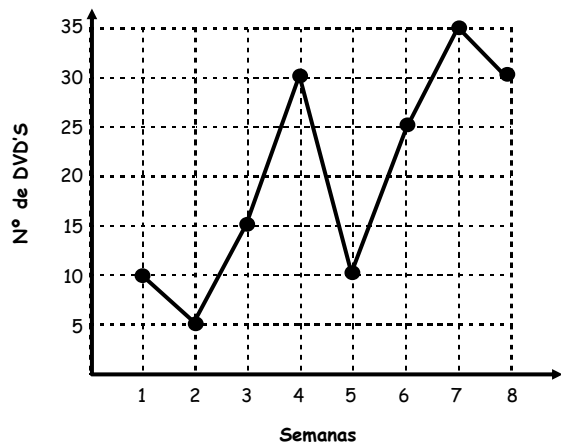
- 3%
- 6%
- 20%
- 40%
- 30%

- El gráfico muestra la comparación de los precios de la plata y el plomo en centavos de dólar por libra entre los años de 1984 a 1996.



1. ¿Cuánto costaba la libra de plata en 1984?
 - a) 80 ctvs.
 - b) 75
 - c) 40
 - d) 60
 - e) 120
2. ¿Cuánto costaba la libra de plomo en 1990?
 - a) 30 ctvs.
 - b) 40
 - c) 50
 - d) 36
 - e) 60
3. ¿En qué año alcanzó la plata su mejor precio?
 - a) 1986
 - b) 1992
 - c) 1990
 - d) 1993
 - e) 1994
4. ¿En qué año costaron igual la plata y el plomo?
 - a) 1988
 - b) 1992
 - c) 1990
 - d) 1986
 - e) 1989
5. ¿En cuánto disminuyó el precio del plomo en el periodo 1984 - 1996?
 - a) 80 ctvs.
 - b) 75
 - c) 90
 - d) 95
 - e) en más de 100

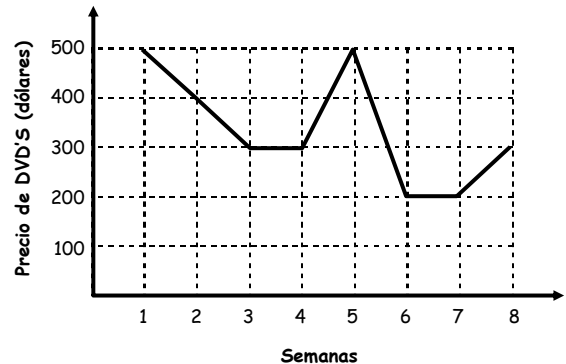
- A continuación se muestra la evolución de las ventas de DVD en un conocido local (venta de DVD durante un periodo de ocho semanas)



6. ¿Cuántos DVD'S se vendieron en las 8 semanas?
 - a) 155
 - b) 150
 - c) 145
 - d) 160
 - e) 165
7. ¿Entre qué semanas se registra la mayor variación en las ventas?
 - a) 2da. y 3ra.
 - b) 3ra. y 4ta.
 - c) 4ta. y 5ta.
 - d) 5ta. y 6ta.
 - e) 6ta. y 7ma.

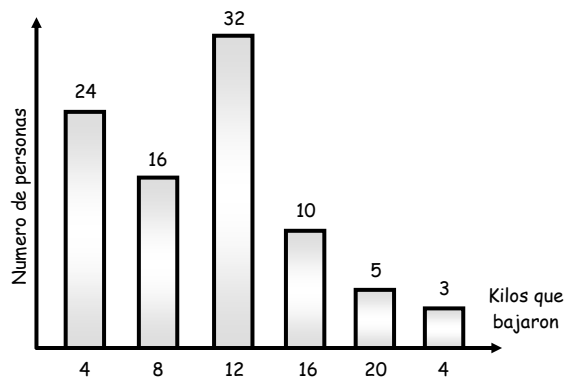
8. ¿En cuántas semanas se vendió más del promedio semanal (para el periodo de 8 semanas)?
 - a) 2
 - b) 3
 - c) 4
 - d) 5
 - e) 6

- Si el local comercial nos entrega el siguiente gráfico donde se muestra la evolución del precio de venta de cada DVD para el periodo de 8 semanas.



9. ¿En qué semana el ingreso por la venta de los DVD'S fue mayor?
 - a) 1ra.
 - b) 3ra.
 - c) 4ta.
 - d) 8va.
 - e) más de una es correcta
10. ¿Cuál fue el ingreso para la venta de los DVD'S en las 8 semanas?
 - a) 46 500
 - b) 47 000
 - c) 48 000
 - d) 46 000
 - e) 50 000

- ▶ La empresa “ULCOGA S.A.” ofrece un producto en Telemercado que garantiza que una persona podría bajar de 12 kg. hasta 20 kg. en 30 días la empresa “Control” se encarga de analizar si el producto ofrecido cumple lo prometido, pero lo cual contrata “n” personas y luego de sometidos al producto durante 30 días nos muestra los siguientes resultados:



- ¿Cuántas personas se sometiera a la prueba del producto?
 - 70
 - 75
 - 80
 - 90
 - 100
- ¿Qué porcentaje de las personas bajaron más de 12 kg.?
 - 55,6%
 - 15
 - 20
 - 36
 - 23
- ¿Cuál es la pérdida promedio de peso que se experimentó en la prueba?
 - Entre 8 y 9 kg.
 - Entre 9 y 10 kg.
 - Entre 10 y 11 kg.
 - Entre 11 y 12 kg.
 - Entre 12 y 13 kg.
- ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de personas que bajaron más peso y las de menor peso?
 - 29
 - 28
 - 25
 - 20
 - NA